

令和7年度中学校数学科授業づくり研修会

配付資料②

授業実践A 第3学年「式の計算の利用」

(1) 授業の概要

下の表のように、本時は、第3学年の「式の展開と因数分解」の単元の中の小単元「式の計算の利用」（全3時間）2時間目に位置する。

小 単 元 等	授 業 時 間	
1 式の展開と因数分解	1 4 時間	1 8 時間
2 式の計算の利用	3 時間（本時 2 / 3）	
3 単元のまとめ	1 時間	

本時の目標を「連続する自然数の性質について、式の展開や因数分解を活用して、証明することができる。」と設定した。本時は、右の図のように、連続する3つの自然数において、一番大きい数の平方と一番小さい数の平方の差が、どのような数であるかを予想し、その予想が正しいことを、文字を用いた式で説明する授業である。

連続する3つの自然数

④	2, 3, 4 のとき,	7, 8, 9 のとき,
	$4^2 - 2^2$	$9^2 - 7^2$
	$= 16 - 4$	$= 81 - 49$
	$= \underline{12}$	$= \underline{32}$

どんな数になっているのかな？

(2) 授業の板書

平方の差はどんな数かな？

① 連続する3つの自然数において、一番大きい数の平方と一番小さい数の平方の差を求めよう！

② 連続する3つの自然数において、一番大きい数と一番小さい数の平方の差は、真ん中の数の4倍になることを証明しよう！

③ 連続する3つの自然数を $n, n+1, n+2$ とおく。平方の差は、 $(n+2)^2 - n^2$ である。これを展開すると、 $n^2 + 4n + 4 - n^2 = 4n + 4 = 4(n+1)$ となる。したがって、真ん中の数の4倍である。

④ 連続する5つの自然数ではどうかな？

平方の差は、 $(n+4)^2 - (n-1)^2$ である。これを展開すると、 $(n+4)^2 - (n-1)^2 = (n^2 + 8n + 16) - (n^2 - 2n + 1) = 10n + 15 = 5(2n + 3)$ となる。したがって、真ん中の数の5倍である。

さらに、 $(n+4)^2 - (n-1)^2 = (n+4+n-1)(n+4-n+1) = (2n+3) \times 5 = 5(2n+3)$ となる。したがって、真ん中の数の5倍である。

（３）授業の実際

【①の場面】

はじめに、連続する３つの自然数「３、４、５」を示し、それらの数の一番大きい数の平方と一番小さい数の平方の差を求めさせた。次に、「６、７、８」と「９、１０、１１」を示し、同じように求めさせた。このとき、「何かこの計算の結果について、きまりはあるのかな？」とこちらから生徒に聞いてしまうと、生徒の主体性がなくなってしまうので、あえて、何も言わず、今度は、「２０、２１、２２」を示した。すると、数名の生徒は、先に行った計算の結果から帰納的に考え、きまりに気付いている様子であった。そこで、このような生徒に対して、「Ａさんは、他の子よりも早く計算できていますね。」と声をかけると、まだ、きまりに気付いていない周囲の生徒は、「なぜ、Ａさんは、早く計算できるのかな？」、「何かきまりがあるのかな？」ということを考えだした。次に「３２、３３、３４」を示すと、さきほどよりも早く計算できている様子が見られ、「わかった。」、「なるほど。」というような声が聞こえだし、きまりに気付く生徒が増えてきた。また、自分が気付いたきまりについて、近くの子に確認したり、相談したりする姿も見られた。そして、「どうして、早く計算できるのかな？」と問いかけると、生徒から「真ん中の数を４倍する。」という意見が出た。さらに、「他にはどうですか？」と聞くと、「一番大きい数と一番小さい数の和を２倍する。」という意見も出た。そこで、これらのきまりを具体的な数を使って確かめさせ、そのきまりが成り立ちそうだとことを確認した後、「見つけたきまりは、どんな数のときでも、本当に成り立つのかな？」と問いかけ、本時の問題を提示した。

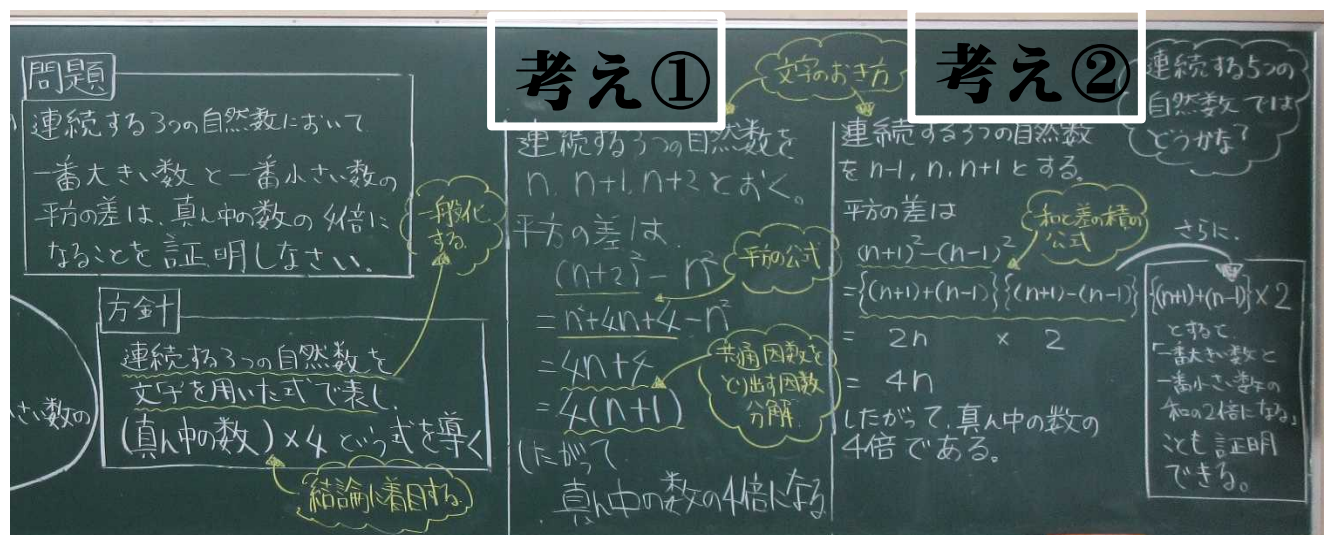
【②の場面】

文字を用いた式で証明を進めていくためには、数量を文字を用いて表し一般化したり、既習内容を活用し、目的に応じて式を処理したりすることが大切である。さらに、本学級では、文字を用いた式の証明を苦手としている生徒もいるので、この場面では、個人で取り組む前に、全体で証明の方針を立てた。まず、「すべての連続する３つの自然数について、成り立つことを証明するためには、どのように解決していきますか？」と問いかけ、ペアで確認させた。どのようにすればよいか分からないペアもあったので、「今までこのような問題を考えるときはどのようにしていましたか？」と聞き、これまでの学習内容を振り返らせた。そして、文字を用いて一般化して証明を進めていくということを全体で確認し、３つの自然数を文字を用いた式で表わさせた。中には、連続する３つの自然数を「 n 、 $2n$ 、 $3n$ 」と処理をしてしまっている生徒もいたので、具体的な数を示し、数量の関係を捉えさせ、修正をさせた。次に、本時の問題を再度、強調し、「証明の結論を導くためには、どのような形の式でなければならないですか？」と問いかけ、結論に着目させた。このようなやりとりから、「連続する３つの自然数を文字を用いた式で表し、結論に着目し、『(真ん中の数) $\times 4$ 』の式を導いていく。」という方針を全体で立て、この方針に基づいて証明を進めていくことで、問題を解決できそうだとことを確認し、個人で取り組ませた。

【③の場面】

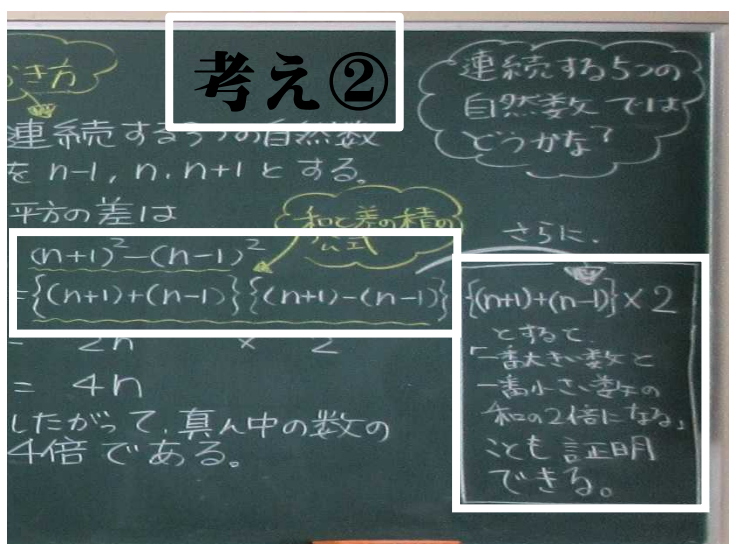
ほとんどの生徒が立てた方針に基づいて証明を進めた。証明が進まない生徒には、乗法の公式や因数分解について、ノートや教科書を用いて振り返らせたり、再度、全体で立てた方針を確認させたりしながら、個別指導を行った。また、解決ができた生徒には、他の処理の方法や「一番大きい数と一番小さい数の和の２倍」を結論とした証明についても考えさせた。ほとんどの生徒が自分の考えをもてたところで、ペアでそれぞれの考えを説明

させたり、教え合いをさせたりし、自分の考えをまとめさせた。その後、全体で次のような2つの考えを取り上げた。



考え①は、命題の式を平方の公式を用いて展開し、共通因数をとり出す因数分解を行い、「(まん中の数)×4」の式を導いている。考え②は、命題の式を和と差の積の公式を用いた因数分解をして、()内の式を計算し、「(まん中の数)×4」の式を導いている。それぞれの生徒に考えを発表させ、「2つの証明はどんなところが違うかな？」と問うと、

「連続する3つの自然数の文字のおき方が違う。」や、「証明の過程の中の処理の方法が違う。」というような意見が出たので、「それぞれどのように処理をしていますか？」と聞き、活用した既習内容を板書しながら、処理の方法を全体で確認した。また、考え②は、右のように処理することができることも確認した。板書を示しながら、「このように処理をするとどんなことが分かりますか？」と問いかけ、「平方の差は、一番大きい数と一番小さい数の和の2倍した数になっていること」も考え②から証明できることを確認した。



【④の場面】

この場面では、条件を変えた同系統の問題を設定した。条件をある程度自由に生徒に変えさせてオープンエンドのような問題に取り組ませてもよかったが、学習目標の達成度を評価するという目的があったので、教師主導で条件を変えた。問題を提示するときは、結論はふせて示した。「連続する5つの自然数では、どのようなきまりがあるかな？」と問うと、「真ん中の数の8倍する。」や「一番大きい数と一番小さい数の和を4倍する。」という意見が出た。前の問題と同じように具体的な数で確かめさせた後、個々に証明に取り組ませた。ほぼ全員の生徒が前の問題の共通点や相違点に着目しながら、前の問題の解法と同じように考え、問題を解決することができていた。最後に、評価をするために、ノートを回収し、授業を終えた。