

# 中学校数学科における授業づくり

鳴門教育大学  
秋田 美代



**学んだ数学を活用する力とは**

**—全国学力・学習状況調査の問題を通して—**



# 令和5年度 全国学力・学習状況調査 数学 2 正答率 80.9%

数学 2 文字を用いた式の四則計算

2  $12\left(\frac{x}{4} + \frac{y}{6}\right)$  を計算しなさい。

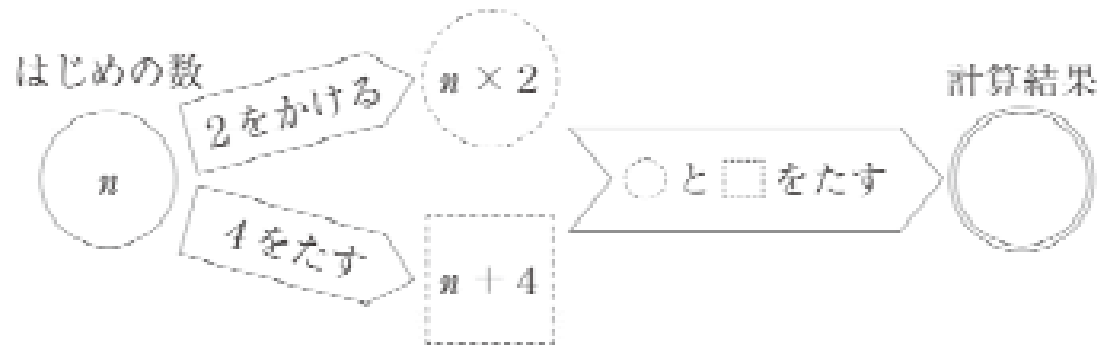
数と式：数と整式の乗法の計算をすることはできている。

計算をどのように理解しているか。



# 令和5年度 全国学力・学習状況調査 数学 6(3) 正答率 41.5%

図3



## 夏希さんの計算

はじめの数として入れる整数を  $n$  とすると、はじめの数に2をかけた数は  $n \times 2$ 、4をたした数は  $n + 4$  と表される。計算結果は、

$$\begin{aligned} & n \times 2 + (n + 4) \\ & = 2n + n + 4 \\ & = 3n + 4 \end{aligned}$$

計算結果が  $3n + 4$  となることから、はじめの数としてどんな整数を入れても「はじめの数にかける数が2、たす数が4ならば、計算結果はいつでも4の倍数になる」という予想は成り立たないことがわかります。

上の夏希さんの計算をもとに考えたとき、はじめの数にかける数がいくつ、たす数がいくつならば、計算結果はいつでも4の倍数になると予想できますか。「～ならば、……になる。」という形で書きなさい。

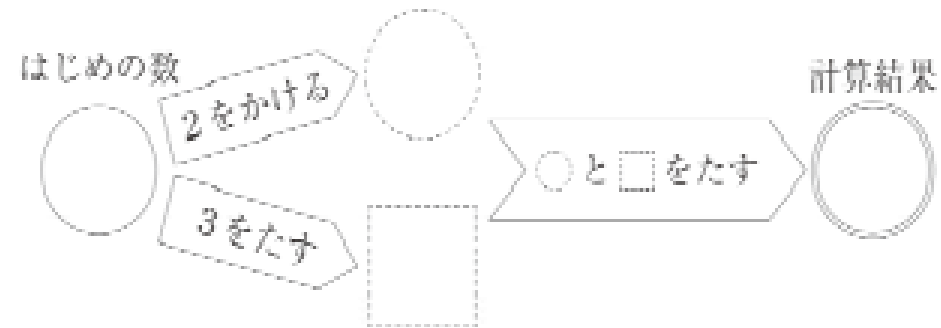
数と式：結論が成り立つための前提を、問題解決の過程や結果を振り返って考え、成り立つことを見だし、説明することに課題がある。

式の意味をどのように理解しているか。



# 令和5年度 全国学力・学習状況調査 数学 6(1) 正答率 89.1%

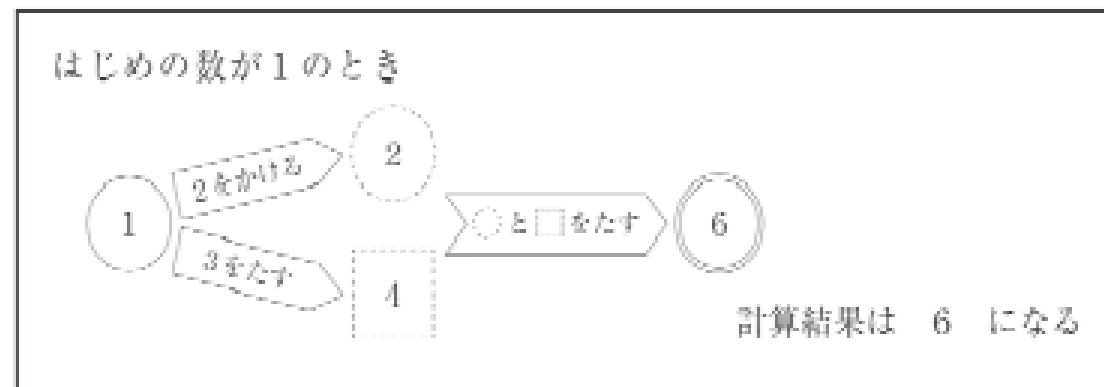
図1



(1) はじめの数が11のとき、計算結果を求めなさい。

夏希さんは、はじめの数として○にいろいろな整数を入れて計算しています。例えば、はじめの数が1、4、-5のときは、それぞれ下のような計算になります。

## 計算の例



# 令和5年度 全国学力・学習状況調査 数学 6(2) 正答率 59.2%

## 説明 1

はじめの数として入れる整数を  $n$  とすると、はじめの数に 2 をかけた数は  $n \times 2$ 、3 をたした数は  $n + 3$  と表される。  
計算結果は、


$$\begin{aligned} & n \times 2 + (n + 3) \\ &= 2n + n + 3 \\ &= 3n + 3 \\ &= 3(n + 1) \end{aligned}$$

$n + 1$  は整数だから、 $3(n + 1)$  は 3 の倍数である。  
したがって、はじめの数としてどんな整数を入れても、  
計算結果はいつでも 3 の倍数である。


## 説明 2

はじめの数として入れる整数を  $n$  とすると、はじめの数に 2 をかけた数は  $n \times 2$ 、6 をたした数は  $n + 6$  と表される。  
計算結果は、

$$\begin{aligned} & n \times 2 + (n + 6) \\ &= \end{aligned}$$



$3n$  と 3 の両方とも 3 の倍数だから  
 $3 \times$  整数にまとめられるね。



$3n$  と 6 の両方とも 3 の倍数だから  
 $3 \times$  整数にまとめられるね。

# 令和5年度 全国学力・学習状況調査 数学 6(3) 正答率 41.5%

夏希さんの計算

はじめの数として入れる整数を $n$ とすると、はじめの数に2をかけた数は $n \times 2$ 、4をたした数は $n + 4$ と表される。計算結果は、

$$\begin{aligned} & n \times 2 + (n + 4) \\ &= 2n + n + 4 \\ &= 3n + 4 \end{aligned}$$

計算結果が $3n + 4$ となることから、はじめの数としてどんな整数を入れても「はじめの数にかける数が2、たす数が4ならば、計算結果はいつでも4の倍数になる」という予想は成り立たないことがわかります。

上の夏希さんの計算をもとに考えたとき、はじめの数にかける数がいくつ、たす数がいくつならば、計算結果はいつでも4の倍数になると予想できますか。「～ならば、……になる。」という形で書きなさい。



3nは4の倍数かわからないけど、4は4の倍数だね。

3nのところを4nにできるなら、4nと4の両方が4の倍数になるとから4×整数にまとめられるね。





# 令和5年度 全国学力・学習状況調査 数学 6(3) 正答率 41.5%

夏希さんの計算

はじめの数として入れる整数を $n$ とすると、はじめの数に2をかけた数は $n \times 2$ 、4をたした数は $n + 4$ と表される。計算結果は、

$$\begin{aligned} & n \times 2 + (n + 4) \\ &= 2n + n + 4 \\ &= 3n + 4 \end{aligned}$$

計算結果が $3n + 4$ となることから、はじめの数としてどんな整数を入れても「はじめの数にかける数が2、たす数が4ならば、計算結果はいつでも4の倍数になる」という予想は成り立たないことがわかります。

上の夏希さんの計算をもとに考えたとき、はじめの数にかける数がいくつ、たす数がいくつならば、計算結果はいつでも4の倍数になると予想できますか。「～ならば、……になる。」という形で書きなさい。

数の関係が見えていない。



数の関係が見えている。



教員と生徒では見えているものが異なる。

生徒に見えていない数量・図形についての性質や関係を

生徒自身で見出せるようにすることが必要。



# 「教える」と「学ぶ」ことは同じとは限らない

あなたは、この問題が中学校第2学年の生徒にとって難しい問題だと思いませんか？ その理由は？

半径が3 cm、中心角が $60^\circ$ のおうぎ形OABが、直線 $\ell$ 上をすべることなく転がります。下の図のように、半径OAが直線 $\ell$ に重なっている状態から、半径OBがはじめて直線 $\ell$ に重なる状態になるまで転がるとき、おうぎ形の中心Oがえがく線の長さを求めなさい。



正答率 7.5%  
(3人/40人)

解けない問題なのかな？



## この例を解決するために必要となる知識・技能は？

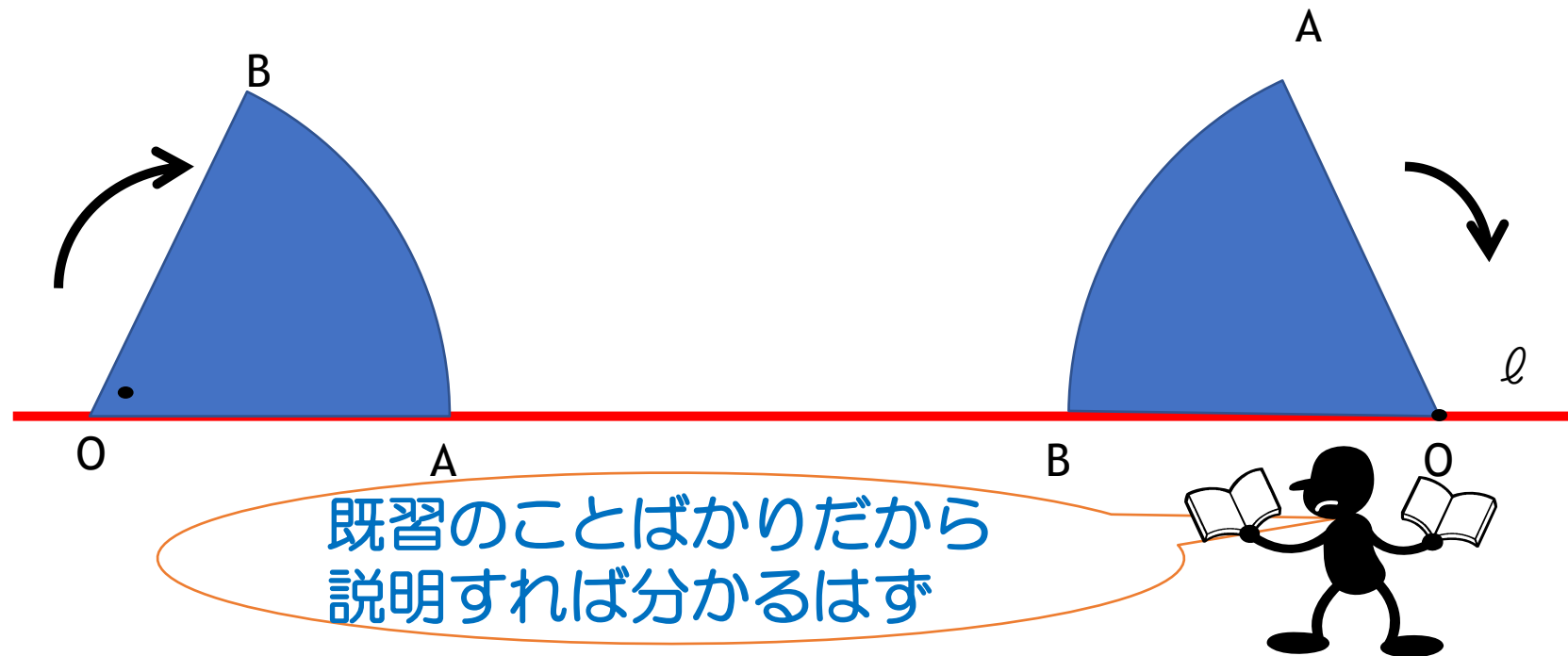
- 中心Oがえがく線をえがける

小学校第2学年：直線を引くこと（既習）

小学校第3学年：円をえがくこと（既習）

- おうぎ形の弧の長さが求められる

中学校第1学年：おうぎ形の弧の長さを求めること（既習）



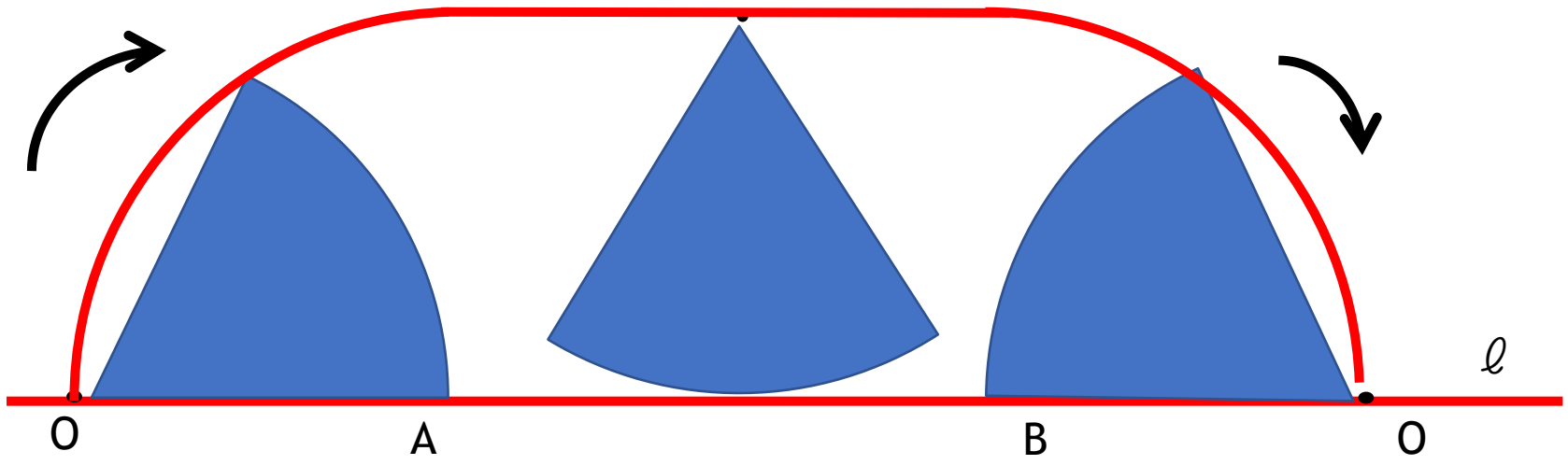
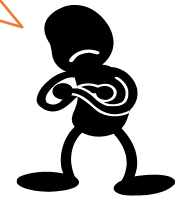
$$2\pi r \times \frac{1}{2} = \pi r$$

$$2\pi r \times \frac{60}{360} = \frac{1}{3}\pi r$$

$$\pi r + \frac{1}{3}\pi r = \frac{4}{3}\pi r$$

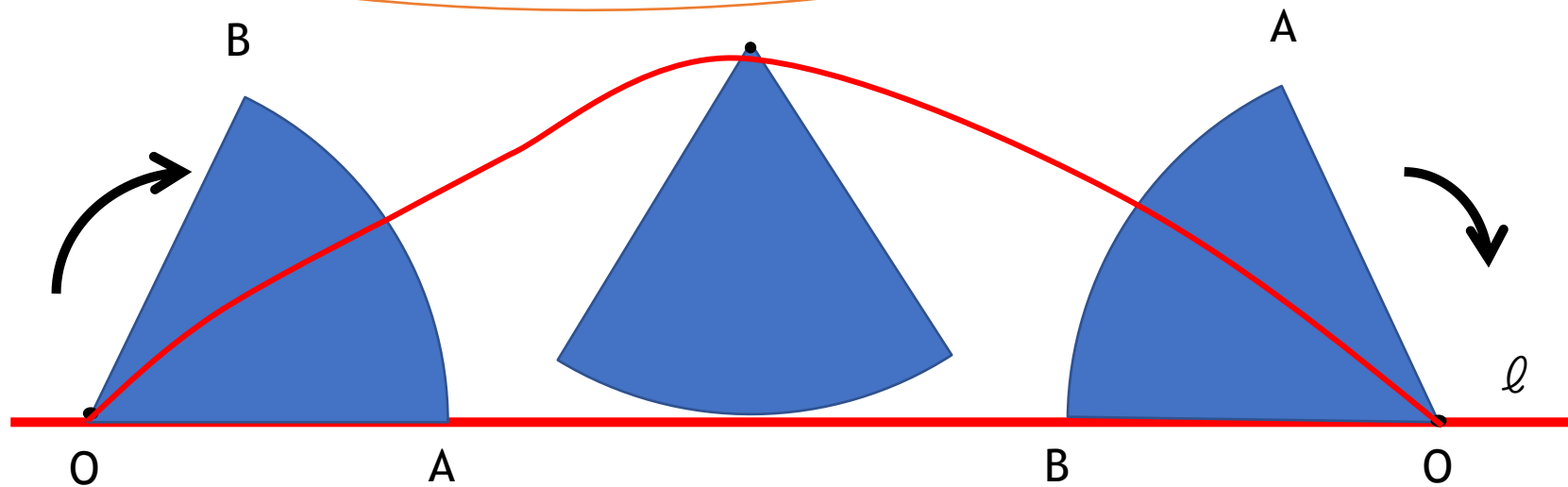
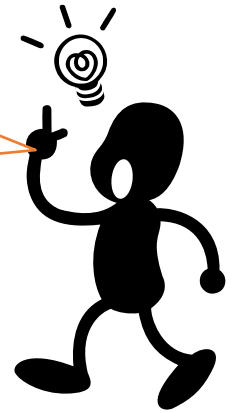
(ただし、 $r=3$ )

うーん!!  
説明しているのに、なぜ分からないんだ?

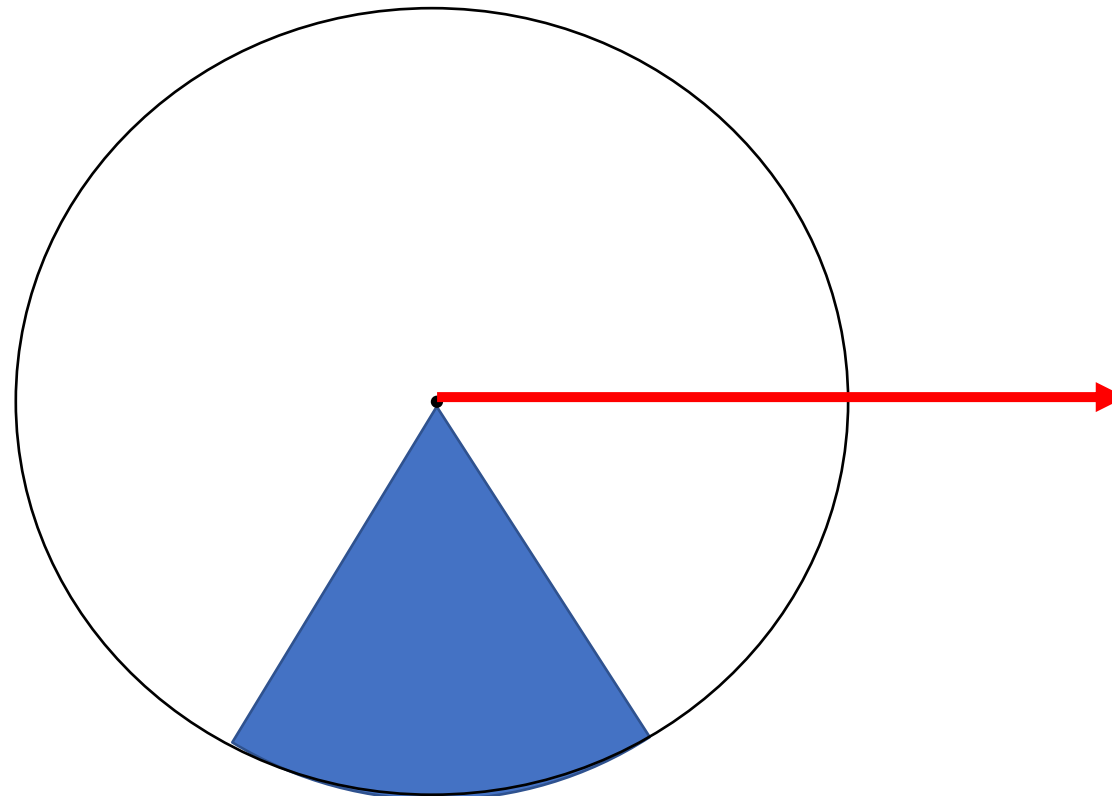
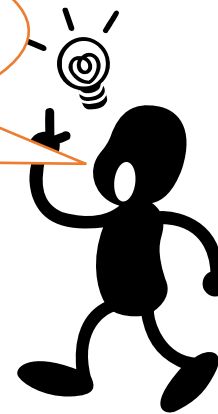


# 多くの生徒がえがいた中心Oがえがく線

- おうぎ形の中心Oのえがく線が見えないといけないんだ（新しい学習内容については、教員には見えても生徒には見えないものがほとんど）
- どうすれば、生徒におうぎ形の中心Oのえがく線が見えるようになるのだろうか



おうぎ形がどんな図形かを問うことで、円が見えるようにすれば中心Oのえがく線を容易に見ることができるようになる



# 算数科・数学科の問題解決

- ・ 与えられた情報は使ってよい。  
(生徒も教員も理解している)
- ・ 条件が変わらないならば、与えられてはないけれども見いだせる情報（学んだ知識・技能）は何でも使ってよい。  
(教員は理解しているが生徒はあまり理解していない)



# 児童生徒の算数・数学学習の現状

- ・ 公式・パターンといった形式的な解法を使って答えを出すことが算数・数学だと思っている
- ・ 学習した内容を活用できない
- ・ 問題や問題解決の背景にある本質的な内容を理解していない

(国立教育政策研究所、2013・2010；秋田・齋藤、2011)

## 世界における数学教育の課題

- ・ 児童生徒の数学の活用力を高められていない
- ・ 自走生徒が数学の学び方を理解できていない





# 数学科で目指すべき学習指導とは



# 学習目標の構造

例) 日本の場合

国の教育目標

生きる力

数学科の目標

数学的に考える資質・能力

知識・技能

思考力・  
判断力・  
表現力

学びに向かう  
力・人間性

各授業の目標

本時の目標

# 国の教育目標

情報化やグローバル化等による社会的変化が、人間の予測を超えて進展する中で、誰も経験したことがない複雑・複合的な問題を解決することが必要。

予測できない変化に、主体的に向き合って関わり合い、その過程を通して、自らの可能性を発揮し、よりよい社会と幸福な人生の創り手となっていけるようにすることが重要。

（中央教育審議会、「幼稚園、小学校、中学校、高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善及び必要な方策等について（答申）」）



# 例) 日本の場合

## 育成を目指す資質・能力の三つの柱

学びに向かう力  
人間性等

どのように社会・世界と関わり、  
よりよい人生を送るか

「確かな学力」「健やかな体」「豊かな心」を  
総合的にとらえて構造化

何を理解しているか  
何ができるか

知識・技能

理解していること・できる  
ことをどう使うか

思考力・判断力・表現力等

# 算数科・数学科で身に付けさせたい資質・能力

数学的な見方・考え方を働かせ、数学的活動を通して、数学的に考える資質・能力を育成する。

**知識及び技能**：数量や図形などについての基礎的な概念や原理・法則などを理解するとともに、事象を数学化したり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりする技能を身に付けるようにする。

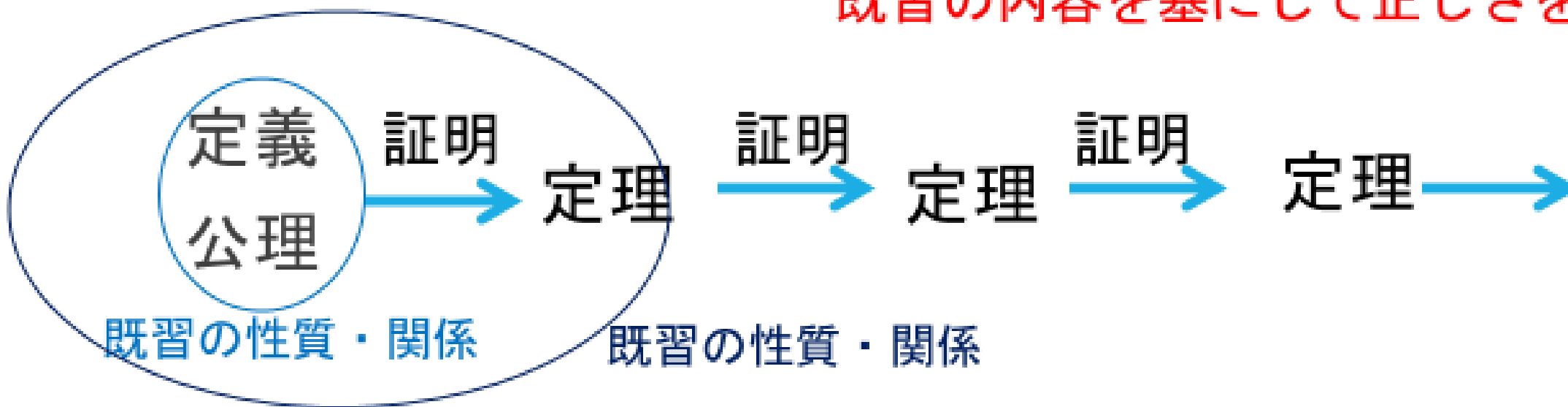
**思考力、判断力、表現力等**：数学を活用して事象を論理的に考察する力、数量や図形などの性質を見いだし統合的・発展的に考察する力、数学的な表現を用いて事象を簡潔・明瞭・的確に表現する力を養う。

**学びに向かう力、人間性等**：数学的活動の楽しさや数学のよさを実感して粘り強く考え、数学を生活や学習に生かそうとする態度、問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとする態度を養う。



# 数学の特性に沿った学習において学習者の何を評価するか

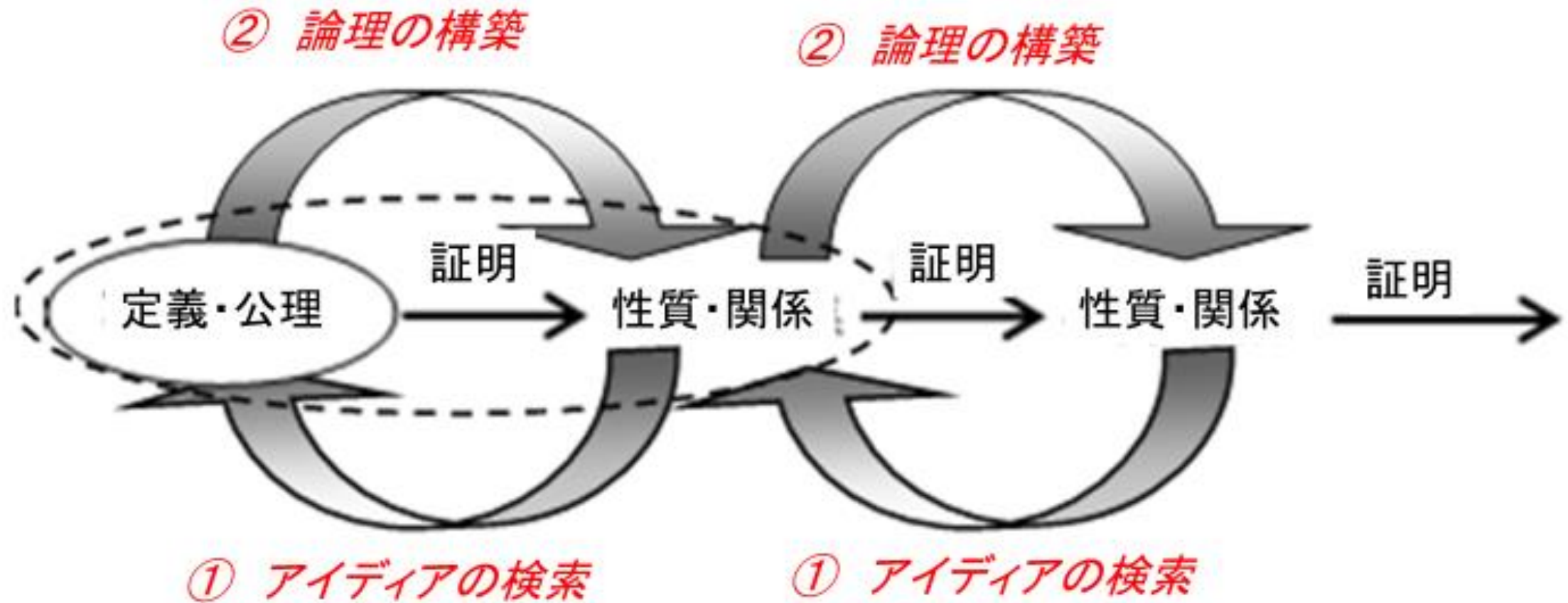
既習の内容を基にして正しさを説明する



数学学習における公理に基づく手法



# 児童生徒が自分で数学の知識を創るために



数学で新しい知識を創るためには児童生徒自身で、「①アイディアとしての既習の性質が検索できること」と「②アイディアとしての既習の性質関係を糸口として矛盾のない数学の論理を構築できること」が必要。



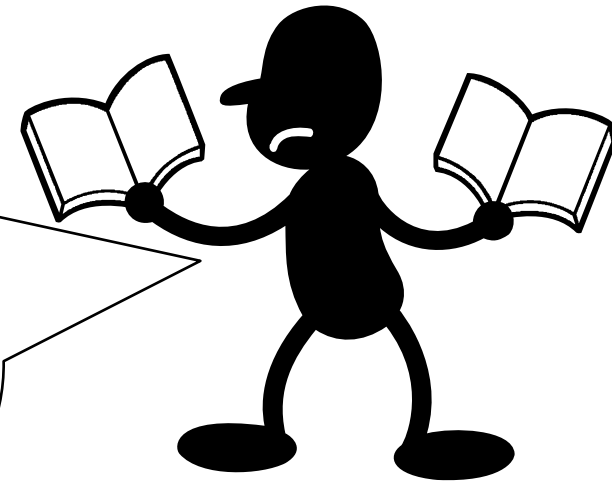


# 学習者の学習を支えるもの

## 数学の特性

既習の数量・図形の性質・関係をモデルにして思考・判断・表現するという公理に基づく手法で新しい知識がつくられる。

- 教科書の内容のうち定義・公理以外は、既習の内容を使って説明できる。
- 数学の新しい知識を児童生徒自身に創らせることができるということだよね。



# 算数科・数学科の授業デザイン

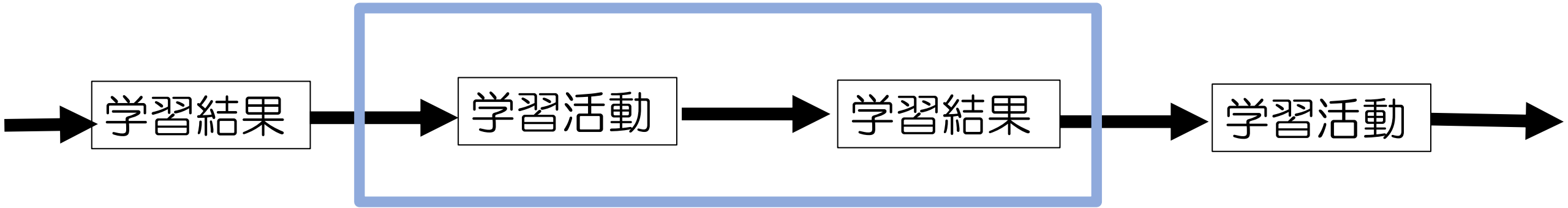
モデルは一つではないが、数学の理解を深めるための共通点はある

児童生徒自身で「①アイディアとしての既習の性質が検索させ」と「②アイディアとしての既習の性質関係を糸口として矛盾のない数学の論理を構築させること」が必要

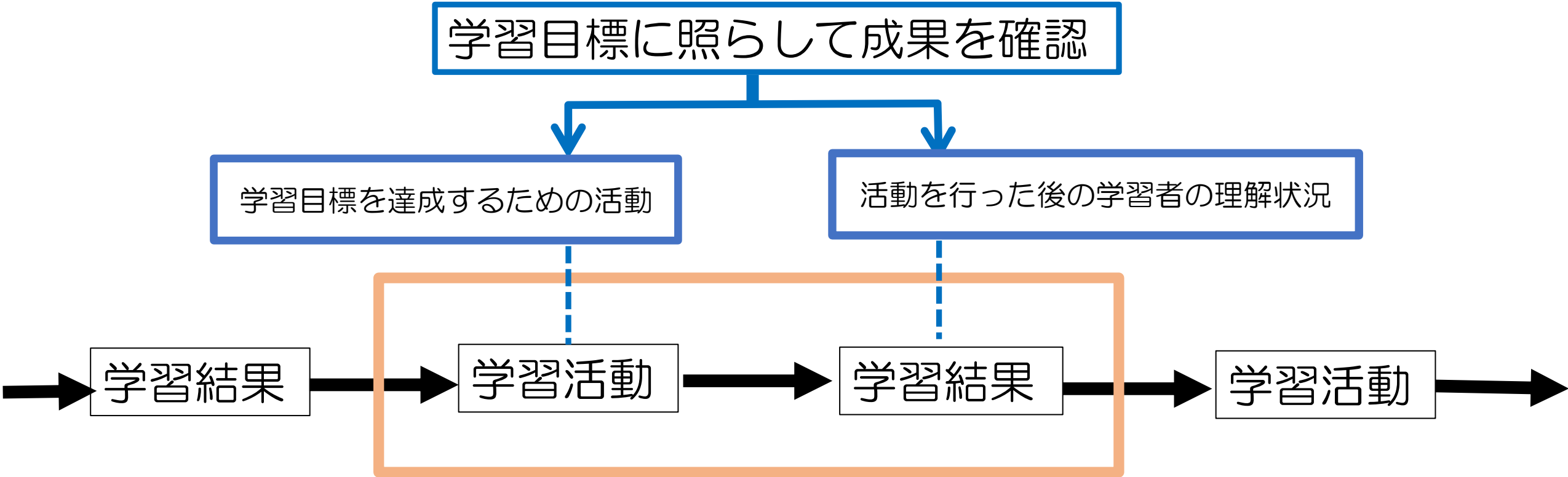
- ・ 授業のプロセスではなく、学習のプロセスを支援する。  
意図される目的及び望まれる学習成果に達成できる学習活動を設定する。
- ・ 児童生徒の理解に至る認識（気付く）を明確にし、学習活動の中でその認識（気付き）が現れるように支援を行う。



# 学習と評価の関係



# 学習と評価の関係

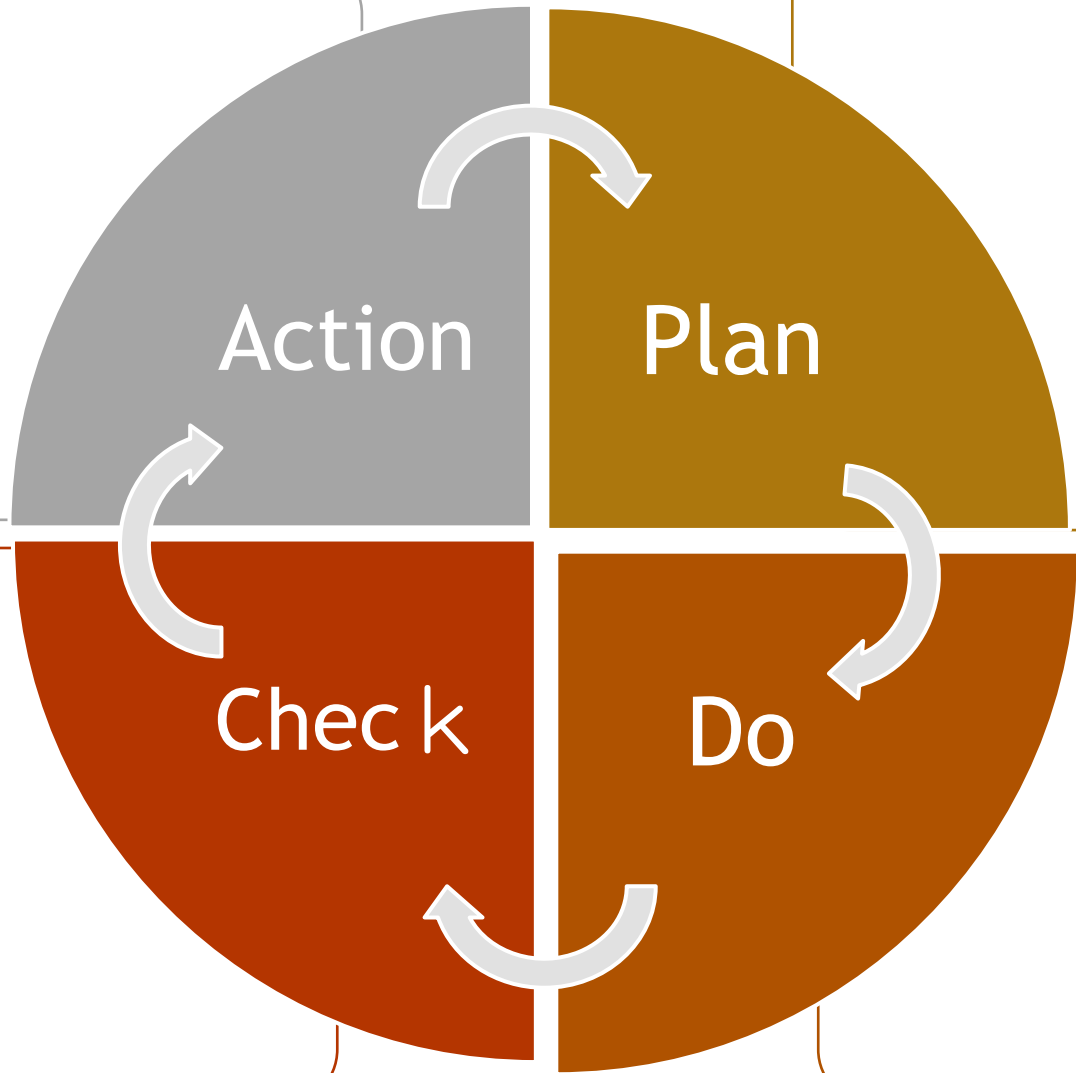


- 現状と目標の差の客観的な把握
- 差を埋めるための方法の検討



# 目標・指導・評価の一体化

- 学習の改善、指導の改善、指導計画の改善



- 目標に従い、何を評価すべきかを明確にし、現時点での学習者の理解の実態を踏まえて、学習者の学習活動を設定した指導計画を作成する。

- 実施した学習活動によって、学習者が学習目標にどの程度到達したかを評価する。

- 指導計画に基づいて、学習目標に到達させるための学習活動を実施する。



課題を  
捉える

経験した  
ことがな  
い問題



関連した  
既習事項

自力解決

関連した  
既習事項  
を使って  
問題解決  
の方法を  
考える

深める

問題解決  
のための  
アイディ  
ア、筋道  
の共有

まとめる

どのよう  
な見方・  
考え方を  
使って  
問題解決  
をしたか

