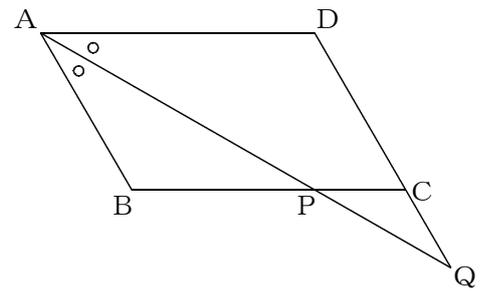


40 右の図1のように、平行四辺形ABCDにおいて∠Aの二等分線をひき、その二等分線と辺BCとの交点をP、辺DCを延長した直線との交点をQとします。

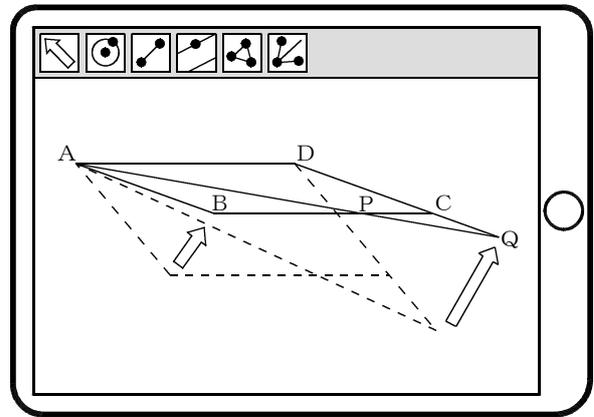
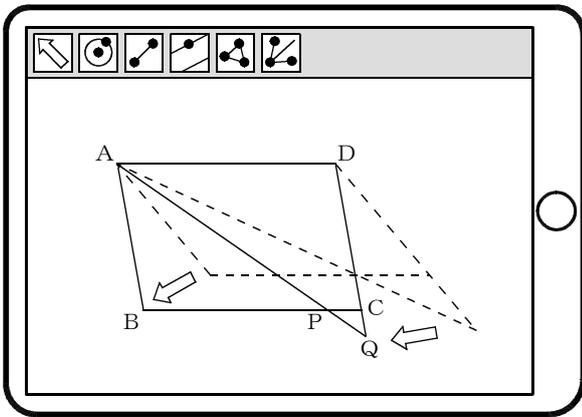
たくみさんたちは、タブレット端末を利用して∠Aの大きさを変えると、どのように図形が変化するかについて調べています。

図1



平行四辺形ABCDを、縦にのばしながら、左に傾け、∠Aの大きさを大きくする。

平行四辺形ABCDを、縦に縮めながら、右に傾け、∠Aの大きさを小さくする。



たくみさんたちは、タブレットの画面上で図形を観察し、上の図1のときには、次のことが成り立つのではないかと予想しました。

予想

△CPQは二等辺三角形になるのではないかと予想しました。

たくみさんは、この予想を、次のような方針をもとに証明しました。

方針

- ◇ △CPQが二等辺三角形であることを証明するためには、△CPQが であることを示せばよい。
- ◇ 平行四辺形は、2組の向かい合う辺がそれぞれ平行になっているので、錯角や同位角が等しいことを使って、等しいといえるものを探す。

たくみさんの証明

APは $\angle A$ の二等分線だから、

$$\angle BAP = \angle DAP \dots\dots ①$$

平行線の錯角は等しいので、 $AB \parallel DQ$ から、

$$\angle CQP = \angle BAP \dots\dots ②$$

平行線の同位角は等しいので、 $AD \parallel BC$ から、

$$\angle CPQ = \angle DAP \dots\dots ③$$

①、②、③より、 $\angle CQP = \angle CPQ$

$\triangle CPQ$ は だから、 $\triangle CPQ$ は二等辺三角形になる。

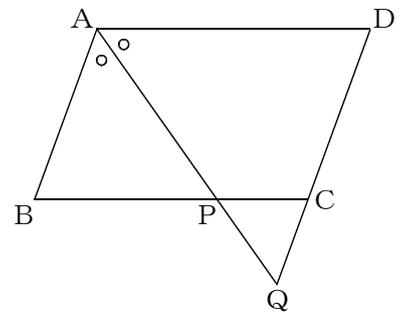
次の(1)から(6)までの各問いに答えなさい。

- (1) 方針の とたくみさんの証明の には、同じ言葉が当てはまります。 に当てはまる言葉を書きなさい。

- (2) 次に、たくみさんたちは図2のように、 $\angle A$ の大きさを 90° より大きな角度に変えたときも、 $\triangle CPQ$ は二等辺三角形になるかどうかについて班で話し合いました。

次のアからエまでの話し合いで出てきた意見の中で、正しいものを1つ選びなさい。

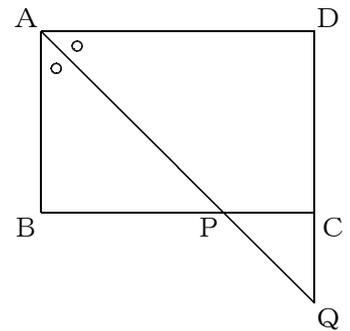
図2



- ア 図2の場合も、 $\triangle CPQ$ が二等辺三角形になることは、すでに前ページのたくみさんの証明で示されている。
- イ 図2の場合は、 $\triangle CPQ$ が二等辺三角形になることを、改めて証明する必要がある。
- ウ 図2の場合は、 $\triangle CPQ$ が二等辺三角形になることを、それぞれの角の大きさを測って確認しなければならない。
- エ 図2の場合は、 $\triangle CPQ$ は二等辺三角形にならない。

(3) むつみさんは、図3のように、平行四辺形 $ABCD$ の $\angle A$ の大きさを 90° に変え、平行四辺形 $ABCD$ を長方形にすると、 $\triangle CPQ$ は直角二等辺三角形になることに気がつきました。 $\triangle CPQ$ が直角二等辺三角形になることは、たくみさんの証明をもとに証明することができます。たくみさんの証明にどのようなことがらを付け加えれば、 $\triangle CPQ$ が直角二等辺三角形になることを証明することができますか。たくみさんの証明に続けて、どのようなことがらを付け加えるかを **I** に示し、**II** には当てはまる言葉を書いて、むつみさんの証明を完成させなさい。

図3



むつみさんの証明

AP は $\angle A$ の二等分線だから、

$$\angle BAP = \angle DAP \dots\dots ①$$

平行線の錯角は等しいので、 $AB \parallel DQ$ から、

$$\angle CQP = \angle BAP \dots\dots ②$$

平行線の同位角は等しいので、 $AD \parallel BC$ から、

$$\angle CPQ = \angle DAP \dots\dots ③$$

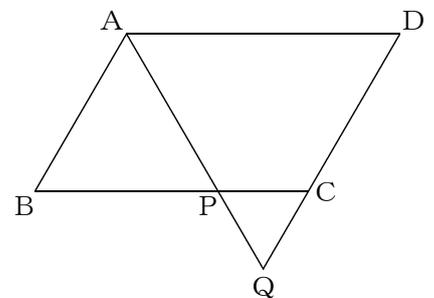
$$①、②、③より、\angle CQP = \angle CPQ \dots\dots ④$$

I
..... ⑤

④、⑤より、 $\triangle CPQ$ は **II** だから、 $\triangle CPQ$ は直角二等辺三角形になる。

(4) つとむさんは、図4のように、平行四辺形 $ABCD$ の $\angle A$ の大きさを 120° に変え、 $\triangle CPQ$ がどんな三角形になるかを考えています。平行四辺形 $ABCD$ において、 $\angle A$ の大きさが 120° ならば、 $\triangle CPQ$ はどんな三角形になりますか。「～ならば、……になる。」という形で書きなさい。

図4



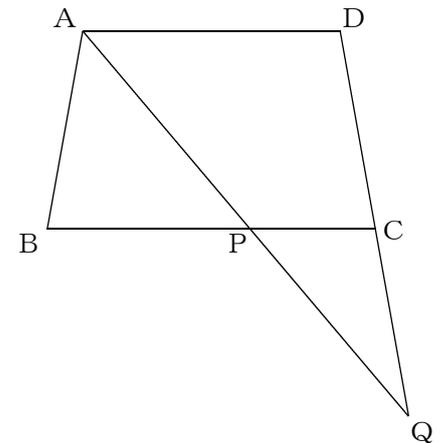
(5) さとみさんは、右の図5のように、平行四辺形A B C Dを台形に変えて考えています。

この場合も、 $\triangle C P Q$ が二等辺三角形になるかどうかを確かめたところ、 $\triangle C P Q$ は二等辺三角形にはなりません。このことは、(1)のたくみさんの証明をもとに、次のように説明することができます。

平行四辺形A B C Dから台形に変えた場合には、たくみさんの証明の が成り立たないから、 $\angle C Q P = \angle C P Q$ が成り立たない。
よって、 $\triangle C P Q$ は二等辺三角形にはならない。

上の にはたくみさんの証明の①、②、③のどれか1つが当てはまります。 に当てはまるものを書きなさい。

図5



(6) ゆいとさんは、図5の中にも二等辺三角形になる三角形があるのではないかと考えています。図5の中から二等辺三角形になるものを探し、その三角形が二等辺三角形になることを証明しなさい。

40

(1) 【趣旨】 証明の根拠として用いられている二等辺三角形になる条件を理解しているかどうかをみる。

2つの角が等しい三角形

(2) 【趣旨】 証明の必要性和意味を理解しているかどうかをみる。

ア

(3) 【趣旨】 前提となる条件を変えた中で、見いだされた新たな事項を、示されている内容を基に、証明することができるかどうかをみる。(理由の説明)

I 長方形 $ABCD$ より、 $\angle BCD = 90^\circ$ だから、
 $\angle PCQ = 90^\circ$

II 2つの角が等しい直角三角形

(4) 【趣旨】 付加された条件の下で、新たな事項を見だし、説明することができるかどうかをみる。(事柄・事実の説明)

平行四辺形 $ABCD$ において、 $\angle A$ の大きさが 120° ならば、 $\triangle CPQ$ は正三角形になる。

(5) 【趣旨】 条件を変えた場合に事柄が成り立たなくなった理由を、証明を振り返って読み取ることができるかどうかをみる。

②

(6) 【趣旨】 条件を変えた場合に新たな事項を見だし、筋道を立てて証明することができるかどうかをみる。(理由の説明)

二等辺三角形になるもの $\triangle ABP$

(証明)

AQ は $\angle A$ の二等分線だから、

$$\angle BAP = \angle DAP \cdots \cdots \textcircled{1}$$

平行線の錯角は等しいので、 $AD \parallel BC$ から、

$$\angle DAP = \angle BPA \cdots \cdots \textcircled{2}$$

①、②より、 $\angle BAP = \angle BPA$

$\triangle ABP$ は、2つの角が等しい三角形だから、 $\triangle ABP$ は二等辺三角形になる。