

## 中学校活用問題 解答

1 (1) ①, ④

(2)  $(4a + 5) - (2a + 3)$

$$= 4a + 5 - 2a - 3$$

$$= 4a - 2a + 5 - 3$$

$$= 2a + 2$$

(3) [注意すべきこと]

・ ( ) の前が-であれば, ( ) の中の各項の符号を逆にして ( ) をはずす。

・ 同類項でなければ, まとめることはできない。

$$(5x + 2y) - (3x - 6y)$$

$$= 5x + 2y - 3x + 6y$$

$$= 5x - 3x + 2y + 6y$$

$$= 2x + 8y$$

- 2 (1) 底面の円の半径が3 cmより, 底面の円周は $6\pi$  cmだから, 側面のおうぎ形の弧の長さも $6\pi$  cmである。母線の長さが6 cmだから, 半径6 cmで弧の長さが $6\pi$  cmのおうぎ形の中心角を $x^\circ$  とすると,

$$6\pi = 2\pi \times 6 \times \frac{x}{360}$$

これを解いて,  $x = 180^\circ$  より, 中心角の大きさは,  $180^\circ$

$$\text{表面積は, } \pi \times 3^2 + \pi \times 6^2 \times \frac{1}{2} = 9\pi + 18\pi$$

$$= 27\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

- (2) 母線の長さを $x$  cmとすると,

$$2\pi \times x \times \frac{240}{360} = 6\pi \text{ より,}$$

$$x = 3 \times \frac{3}{2} = 4.5 \text{ (cm)}$$

- (3) 円錐が作れるということは, おうぎ形の中心角が $360^\circ$  より小さいときである。中心角が $360^\circ$  になるときは, 母線の長さが底面の半径の長さ3 cmと等しいときだから, 母線が3 cmより長ければ, 円錐を作ることができる。

3 (1) 
$$\begin{cases} x + y = 65 \\ x + 2y = 110 \end{cases} \quad (x, y) = (20, 45) \text{ より}$$

ガム 30円, あめ 20円, キャラメル 15円, チョコレート 45円

(2) 下表の①～④の4通りの場合がある。

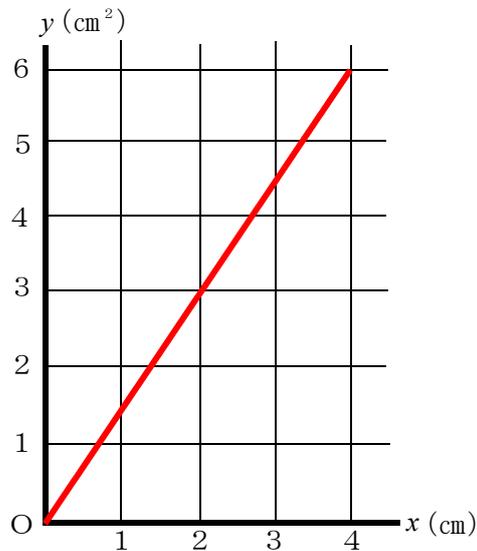
	①	②	③	④
ポテトチップス	2	2	2	2
ガム	4	2	2	2
あめ	4	4	7	4
キャラメル	2	3	2	6
チョコレート	2	3	2	2
合計 (円)	500	500	500	500

※例) ①の場合…ポテトチップス2袋, ガム4個, あめ4個, キャラメル2個, チョコレート2個で, 合計500円

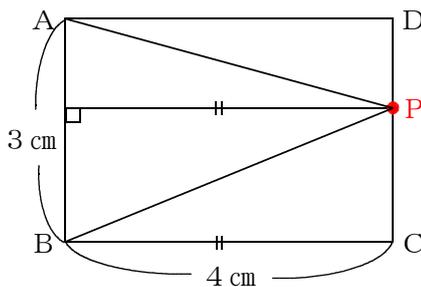
4 (1)  $3 \text{ (cm}^2\text{)}$

(2)  $y = \frac{3}{2}x$

$(0 \leq x \leq 4)$



(3) 下図のように, 点Pが辺CD上にあるとき,  $\triangle ABP$ の面積は一定である。



理由)

点Pが辺CD上にあるときの $\triangle ABP$ は, 底辺がABで, 高さは辺BCの長さと同じで一定だから, 面積は $3 \times 4 \div 2 = 6 \text{ cm}^2$ となるから。

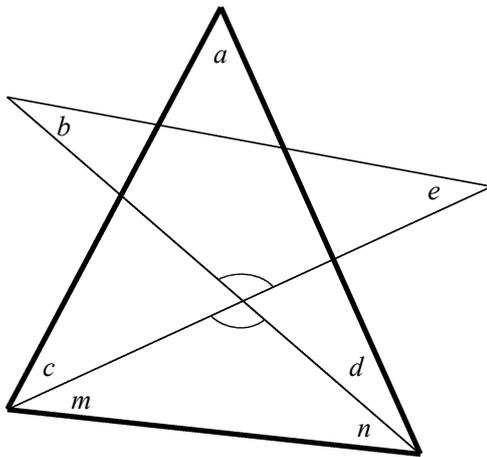
- (4) 底辺が 3 cm より、高さが 3 cm であれば面積は  $4.5 \text{ cm}^2$  になる。高さが 3 cm の場合は、BC 上で 3 cm 動いた場合と、DA 上で B から 8 cm 動いた場合である。

別解) BC 上にある場合…  $y = \frac{3}{2}x$  に  $y = 4.5$  を代入して、 $x = 3$

DA 上にある場合…  $y = \frac{3}{2}(11 - x)$  に  $y = 4.5$  を代入して、

$x = 8$  より、BC 上で 3 cm 動いた場合と、DA 上で B から 8 cm 動いた場合である。

5 (1)



図のように、 $m, n$  の 2 つの角を考える。対頂角は等しいので、向かい合った 2 つの三角形において、

$$\angle b + \angle e = \angle m + \angle n \text{ だから、}$$

5 つの角の和

$$= \angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e$$

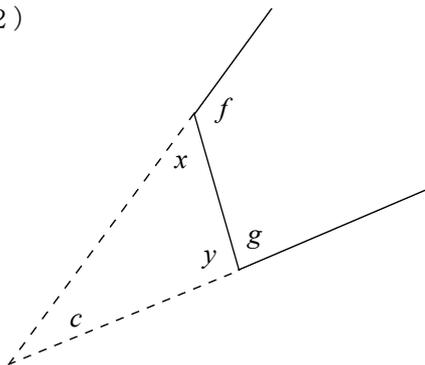
$$= \angle a + \angle c + \angle d + \angle m + \angle n$$

この 5 つの角の和は三角形の内角の和に等しいので、

$$\angle a + \angle c + \angle d + \angle m + \angle n = 180^\circ$$

よって、星形の 5 つの角の和は  $180^\circ$  である。

(2)



図のように、 $x, y$  の 2 つの角を考える。三角形の内角と外角の性質により、

$$\angle g = \angle c + \angle x \dots \textcircled{1}$$

$$\angle f = \angle c + \angle y \dots \textcircled{2}$$

①+②より、

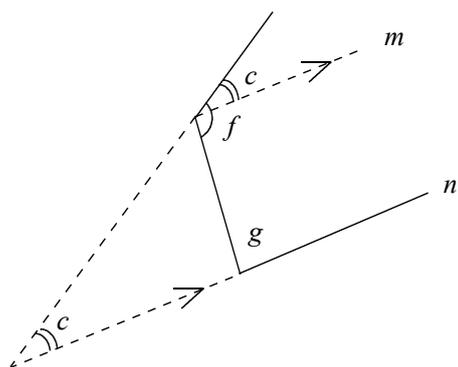
$$\angle g + \angle f = 2\angle c + \angle x + \angle y$$

だから、

$$\begin{aligned} \angle g + \angle f - \angle c &= \angle c + \angle x + \angle y \\ &= 180^\circ \end{aligned}$$

よって、1 つの角の先端を切つてできる  $g$  と  $f$  の角の和は、 $c$  の角より  $180^\circ$  大きくなるので、(1) で求めた角の和より、 $180^\circ$  大きくなる。

別解)



図のように、直線  $m$  を直線  $n$  に平行になるように引くと、同位角が等しくなり、 $c$  と等しい角ができる。平行線の間でできる同側内角の和は  $180^\circ$  だから、

$$\angle g + \angle f - \angle c = 180^\circ$$

よって、(1) で求めた角の和より、 $180^\circ$  大きくなる。

- 6 (1) 図やグラフから、たろうくんはケーキ屋さんまでの道のり  $1200\text{ m}$  を  $20$  分間で歩いているので、

$$1200 \div 20 = 60 \text{ (m/分)}$$

- (2) お土産のケーキを買っていた。(「お土産を買っていた」も可。)

- (3) ア・・・2.4

【理由】グラフから残りの道のりを  $20$  分間で歩いているので、分速  $60\text{ m}$  だから、

$$60 \times 20 = 1200 \text{ (m)}$$

ケーキ屋さんまでの道のり  $1200\text{ (m)}$  を加えて、

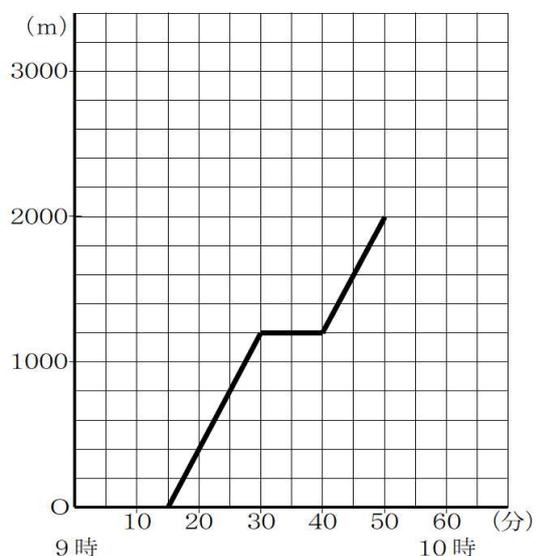
$$1200 + 1200 = 2400 \text{ (m)}$$

だから、ア に当てはまる数は、 $2.4$  である。

- (4)  $9$  時  $15$  分に出発し、途中  $10$  分間の買い物をして、 $9$  時  $50$  分に到着したので、歩いた時間は  $25$  分間である。また、移動した道のりはパン屋までの  $1200\text{ (m)}$  と、パン屋からおばあちゃんの家までの最短経路を通った場合の  $800\text{ (m)}$  の合計  $2000\text{ (m)}$  である。

だから、たろう君の分速は、

$$2000 \div 25 = 80 \text{ (m/分)}$$



- 7 (1) さとし君は映画館まで3kmの道のりを、10時に家を出て、10分間コンビニで買い物をして、11時に到着したため、50分間で歩いたことになる。  
だから分速は、  
 $3000 \div 50 = 60$  (m/分)

(2) 自転車の速さが150 (m/分) だから、 $x$  と  $y$  の関係式は、

$$y = 150x + b$$

と表せる。 $x = 10$  のとき、 $y = 0$  だから、

$$0 = 150 \times 10 + b \quad \text{より} \quad b = -1500$$

よって、 $x$  と  $y$  の関係式は、

$$y = 150x - 1500 \cdots \text{①}$$

(1) より、さとし君の  $x$  と  $y$  の関係式は、 $y = 60x \cdots \text{②}$

①、②を連立方程式として解くと、

$$(x, y) = \left( \frac{50}{3}, 1000 \right)$$

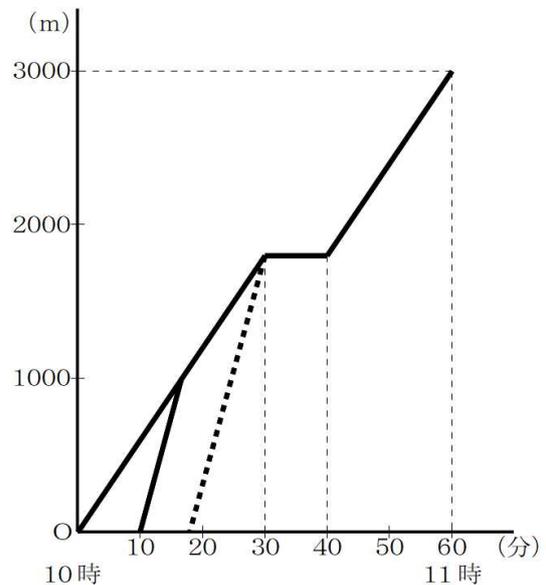
だから、まさお君は  $\frac{50}{3}$  分に、家から1kmの地点で追いついたことになる。

よって、まさお君の  $x$  と  $y$  の関係式は、  
 $y = 150x - 1500 \quad \left( 10 \leq x \leq \frac{50}{3} \right)$

(3)

(例) まさお君のグラフと平行で、点(30, 1800)を通る直線と、 $x$  軸との交点を求めると、まさお君が家を出る時刻を求めることができる。

(例) コンビニまでの道のり1800mを速さ150 (m/分)で行くときにかかる時間をもとめ、10時30分から引くと、まさお君が家を出る時刻を求めることができる。



- 8 (1) サイコロを1個投げたときの目の出方・・・6通り  
 ★の目が出る場合の数・・・3通り

だから、★の目が出る確率  $= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

(2)

①



②  $6 \times 6 = 36$  より 36通り

③ ★の目が2つ出る場合の数 9通り より

$\frac{9}{36} = \frac{1}{4}$

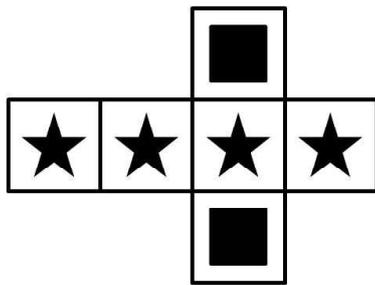
④ 【判断】 さち子さんの意見は、( 正しくない (間違っている) )。

【理由】

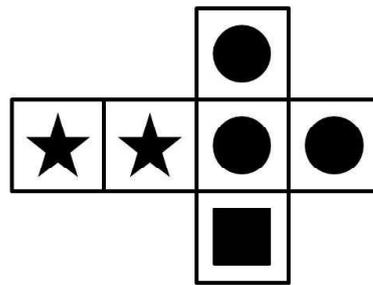
表より、★の目が1つ、●の目が1つ出る場合の数が一番多く12通りあり、★の目が1つ、●の目が1つ出る確率が  $\frac{1}{3}$  で一番大きくなる。だから、さち子さんが言った、★の目が2つ出る確率が一番大きくなるということは、正しくない。

(3) (例) ★, ■, ● の位置は問わない。

Aの場合



Bの場合



Aの場合・・・★が4つあるとすると、★★の場合は16通りある。★■が16通りになるためには、 $4 \times \underline{2} \times 2 = 16$  だから、■は2つあればよい。  
 なお、★が5つあるとすると、■1つでは同じにならない。

Bの場合・・・★が2つあるとすると、★★の場合は4通りある。★■が4通りになるためには、 $2 \times \underline{1} \times 2 = 4$  だから、■は1つあればよい。  
 なお、★が3つあるとすると、■1つでは同じにならない。

9 (1) ア・・・

1個おまけの場合は,

$$\text{支払うお金 } x \times 5 = 5x \text{ (円)}$$

$$\text{これを6個分の値段とすると, } 5x \div 6 = \frac{5}{6}x = \frac{25}{30}x \text{ (円)}$$

2割引の場合は,

$$\text{支払うお金 } 5x \times 0.8 = 4x \text{ (円)}$$

$$\text{これを5個分の値段とすると, } 4x \div 5 = \frac{4}{5}x = \frac{24}{30}x \text{ (円)}$$

イ・・・ 1箱に5個入ったBoxセットを買いと2割引

(2) ウ・・・ 8

エ・・・ 1個おまけの場合は,

$$\text{支払うお金 } x \times 8 = 8x \text{ (円)}$$

$$\text{これを9個分の値段とすると, } 8x \div 9 = \frac{8}{9}x = \frac{64}{72}x \text{ (円)}$$

2割引の場合は,

$$\text{支払うお金 } 4x + 3x = 7x \text{ (円)}$$

$$\text{これを8個分の値段とすると, } 7x \div 8 = \frac{7}{8}x = \frac{63}{72}x \text{ (円)}$$

オ・・・ 1箱に5個入ったBoxセットを買いと2割引

10 (1)  $80949 \text{ (t)} = 80949000 \text{ (kg)}$

$$80949000 \div 366295 = 220.994 \text{ だから,}$$

$$\text{約 } 221 \text{ (kg)}$$

(2) 埋め立て地は, 毎年1万tのゴミが運びこまれると, 後14年で一杯になるから, 埋め立て地に埋め立て可能なゴミの量は, 14万(t)である。

だから, 毎年x万(t)のゴミが運びこまれると, y年後には一杯になるとすると,

$$x \times y = 14 \text{ より, } y = \frac{14}{x}$$

(3) A市で市民全員が1年間で減らせるゴミの量は、  
 $10 \times 366295 \times 365 = 1336,976,750$  (g)  
 $=$  約  $1337$  (t)

現在、A市の埋め立て地の埋め立て可能な年数は、  
 $140000 \div 8000 = 17.5$  (年)

減量して1年間に埋め立てるゴミの量は、  
 $8000 - 1337 = 6663$  (t)

減量して埋め立て可能な年数は、  
 $140000 \div 6663 = 21.0$  (年)

よって、伸ばすことができる年数は、  
 $21.0 - 17.5 = 3.5$  (年)

11 (1) a…弧    b…円周    c…8    d…円周    e…面積

(2) 図2・・・①  $2\pi \times 4 = 8\pi$

②  $\frac{8\pi}{2\pi \times 9} = \frac{4}{9}$

③  $\pi \times 9^2 \times \frac{4}{9} = 36\pi$

おうぎ形の面積…  $36\pi$  (cm<sup>2</sup>)

図3・・・①  $2\pi \times 5 = 10\pi$

②  $\frac{10\pi}{2\pi \times 7} = \frac{5}{7}$

③  $\pi \times 7^2 \times \frac{5}{7} = 35\pi$

おうぎ形の面積…  $35\pi$  (cm<sup>2</sup>)

(3) 予想・・・ ①…底面の円の半径の長さ  
 ②…おうぎ形の半径の長さ (母線の長さ)

説明) 底面の円の半径を  $a$  (cm), おうぎ形の半径を  $b$  (cm) とすると,

底面の円の円周の長さは,

$$2\pi \times a = 2\pi a$$

だから, おうぎ形の弧の長さも,  $2\pi a$  (cm) である。

半径  $b$  (cm) の円周の長さに対する, おうぎ形の弧の長さとの割合は,

$$\frac{2\pi a}{2\pi \times b} = \frac{a}{b}$$

よって, おうぎ形の面積は,

$$\pi \times b^2 \times \frac{a}{b} = \pi a b \quad (\text{cm}^2)$$

だから, 円錐の側面積は, ( ① ) と,

( ② ) との積に,  $\pi$  をかけた値に等しく

なり, **予想** が正しいことが分かる。

**12** (1)

証明) 四角形  $APCD$  は,  $AD \parallel BC$ ,

$AP \parallel DC$  だから,

**2組の向かい合う辺が平行**

なので, **平行四辺形** である。

よって,  $AP = DC \dots \text{①}$

また, **同位角** が等しいので,

$\angle APB = \angle C \dots \text{②}$

$\angle B = \angle C$  であるから, ②より,

$\angle APB = \angle B$  だから,

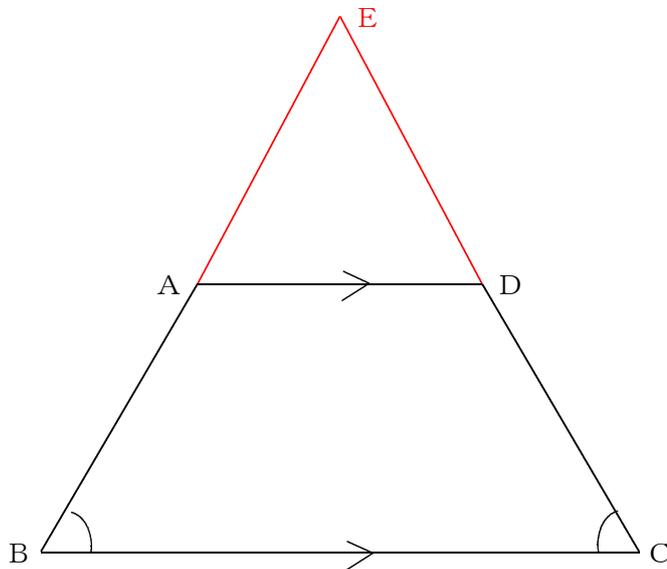
$\triangle ABP$  は **二等辺三角形** である。

よって,  $AB = AP \dots \text{③}$

だから, ①, ③より,

$AB = DC$  である。

(2) 解答例1)



証明) 図のように、辺ABと辺DCを延長して交わった点をEとして、 $\triangle EBC$ を作る。

$\triangle EBC$ は $\angle B = \angle C$ の二等辺三角形より、

$$EB = EC \dots \textcircled{1}$$

$AD \parallel BC$ より、同位角が等しいので、

$$\angle B = \angle EAD \dots \textcircled{2}$$

$$\angle C = \angle EDA \dots \textcircled{3}$$

$\textcircled{2}$ 、 $\textcircled{3}$ と $\angle B = \angle C$ より、

$$\angle EAD = \angle EDA$$

だから、 $\triangle EAD$ は二等辺三角形になる。

よって、

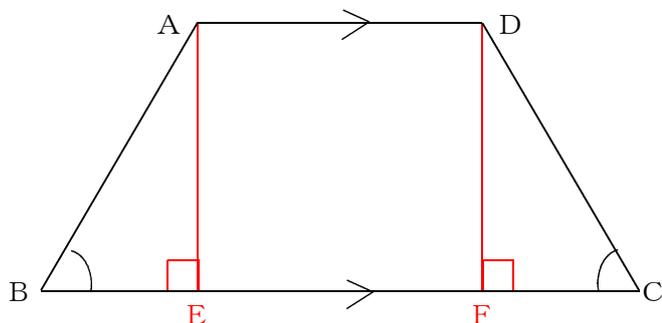
$$EA = ED \dots \textcircled{4}$$

$\textcircled{1}$ 、 $\textcircled{4}$ より、

$$EB - EA = EC - ED$$

$$AB = DC$$

解答例 2)



証明) 図のように、頂点A、Dからそれぞれ底辺BCに垂線を引き、  
交点をそれぞれ、E、Fとする。  
 $\triangle ABE$ と $\triangle DCF$ で、  
仮定より、  
 $\angle B = \angle C \dots \textcircled{1}$   
頂点A、Dからそれぞれ底辺BCに垂線を引いたので、  
 $\angle AEB = \angle DFC = 90^\circ \dots \textcircled{2}$   
 $\textcircled{1}$ 、 $\textcircled{2}$ より、2つの三角形の2組の内角が等しいので残りの内角も  
等しくなり、  
 $\angle BAE = \angle CDF \dots \textcircled{3}$   
AD//BCより平行線間の距離は等しいので、  
 $AE = DF \dots \textcircled{4}$   
よって、 $\textcircled{2}$ 、 $\textcircled{3}$ 、 $\textcircled{4}$ より、1辺とその両端の角が等しいので、  
 $\triangle ABE \equiv \triangle DCF$   
ゆえに、  
 $AB = DC$

13 (1) おうぎ形の面積は

$$S = \boxed{\pi r^2} \times \frac{x}{360} \dots \textcircled{1}$$

おうぎ形の弧の長さは,

$$\ell = \boxed{2\pi r} \times \frac{x}{360} \dots \textcircled{2}$$

②より,

$$\frac{x}{360} = \frac{\ell}{\boxed{2\pi r}} \dots \textcircled{3}$$

③を①に代入して,

$$S = \boxed{\pi r^2} \times \frac{\ell}{\boxed{2\pi r}} = \frac{1}{2} \ell r$$

(2) ①  $r = 6$ ,  $\ell = 4\pi$  より,

$$S = \frac{1}{2} \times 4\pi \times 6 = 12\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

②  $r = 10$ ,  $\ell = 15\pi$  より,

$$S = \frac{1}{2} \times 15\pi \times 10 = 75\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

(3) 記号  $\dots$  (イ)

選んだ理由の説明

$$S = \frac{1}{2} \ell r \quad \text{に, } S = 50 \text{ を代入すると,}$$

$$50 = \frac{1}{2} \ell r$$

よって,  $\ell r = 100$  である。

$\ell$  と  $r$  の積が一定だから, これは反比例の関係にある。

14 (1) 説明 線分BB'と線分XYとの交点をPとすると、

点BとB'は、線分XYについて線対称だから、

$$\angle BOP = \angle B'OP \dots \textcircled{1}$$

また、対頂角は等しいので、

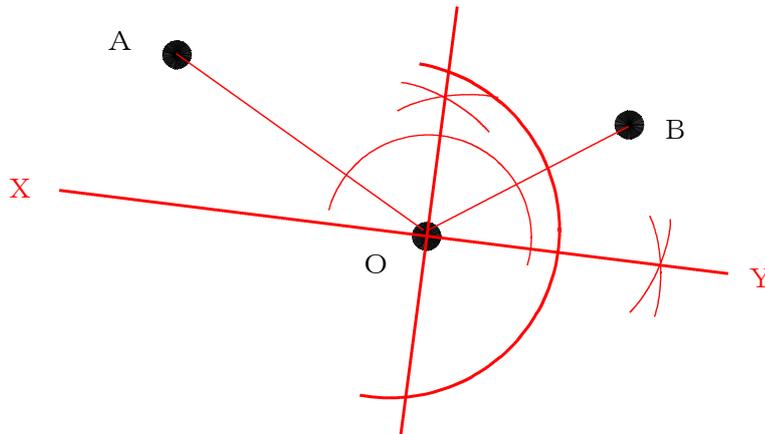
$$\angle AOX = \angle B'OP \dots \textcircled{2}$$

よって①、②より、

$$\angle AOX = \angle BOP$$

これは、入射角と反射角が等しくなる関係と同じである。よって、点AとB'を結んだ線分と、線分XYとの交点Oが光を当てる位置である。

(2)



解説)  $\angle AOB$ の二等分線と、その二等分線に対して点Oを通る垂線を作図すると、その垂線が、鏡の面XYである。

15 (1)

距離 (m)	度数 (人)	階級値	度数×階級値
以上 未満			
16 ~ 18	1	17	17
18 ~ 20	8	19	152
20 ~ 22	3	21	63
22 ~ 24	2	23	46
24 ~ 26	6	25	150
計	20		428

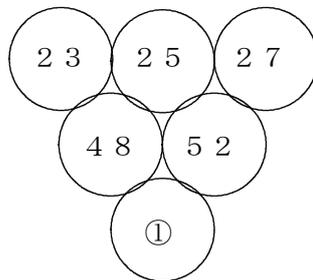
よって、平均値は  $428 \div 20 = 21.4$   
 小数第1位を四捨五入すると、  $21$  (m)

- (2) 中央値・・・20 (m)  
 範囲・・・ $25 - 16 = 9$  (m)  
 最頻値・・・19 (m)  
 平均値・・・21 (m)  
 だから、間違っているのは、(ウ) と (エ) である。

- (3) 特徴・・・私の記録は、中央値と 同じ であるが、平均値の 21 m  
 よりは、 低い (小さい)。  
 だから、全体の順位としては真ん中の位置にいるが、記録としては、  
 全体の中で、 少し低い記録である (平均より少し低い記録である)。

**16**

(1)



$$48 + 52 = 100 \text{ より, } \textcircled{1} = 4 \times 25$$

- (2) (1) の、 $\textcircled{1} = 4 \times 25$  より、25 は1段目の真ん中の数である。よって、3段目の数はいつも1段目の 真ん中の数 の4倍の数になる。

説明

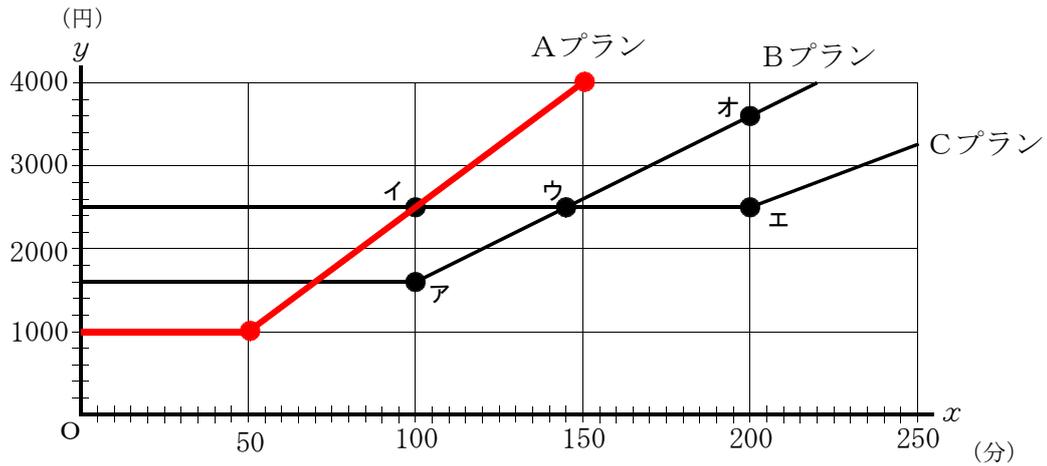
$$\begin{aligned} 4n + (4n + 4) &= 4n + 4n + 4 \\ &= 8n + 4 \\ &= 4(2n + 1) \end{aligned}$$

$2n + 1$  は、1段目の真ん中の数である。したがって、3段目の数はいつも1段目の数の4倍の数になる。

- (3) (a) ①・・・ $8n+4$       ②・・・ $4n+8$       ③・・・ $8n+12$   
 (b) ア・・・ $4n+4$       イ・・・真ん中      ウ・・・左から数えて2つ目と3つ目の奇数

17

(1)



(2) 3

(3) Bプランは基本料金が1600円だから、 $2800 - 1600 = 1200$ 円が通話による料金である。

通話料金が1分毎に20円だから、 $1200 \div 20 = 60$ 分間の通話時間がある。

これに無料通話の2000円分の通話時間が $2000 \div 20 = 100$ 分間加わり、

$60 + 100 = 160$ 分間となる。

(4) Cプラン

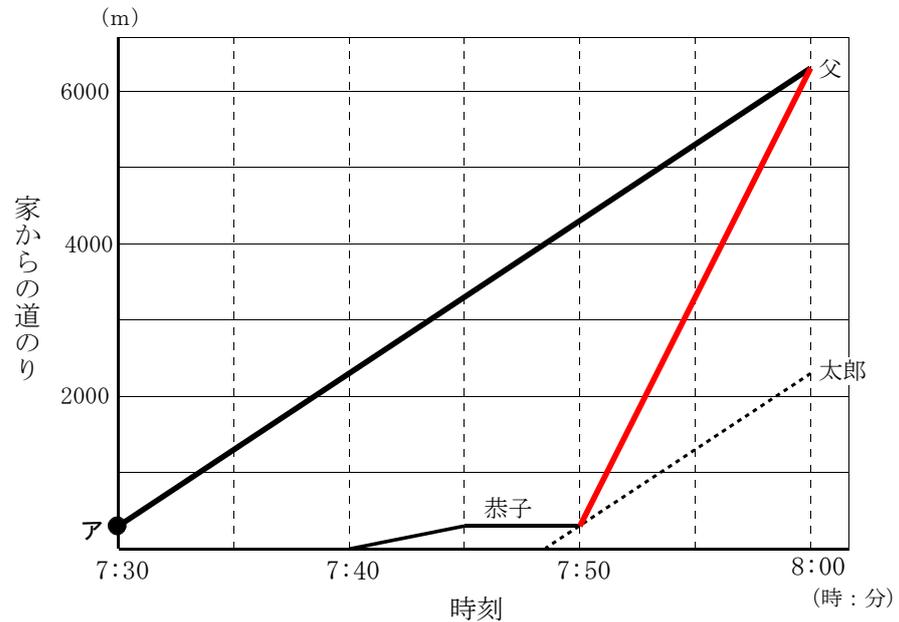
[理由]

通話時間を160分とすると、Aプランでは4000円以上、Bプランでは2800円、Cプランでは200分までは基本料金分の2500円である。だから、一番安いCプランに変更すればよい。

18

(1) (a) 300 m

(b)



(c)  $2000 \div 10 = 200$  (m/分)

(2) ②

(3)

① 先にお父さんが家を出発したので、2人の距離は一定の割合で増加していたが、途中で太郎君もお父さんと同じ速さで家を出発したので、その後は2人の距離は変わらなくなったため、グラフの傾きが変わった。

② 恭子さんがいる300 m離れたバス停に向かって、太郎君が200 (m/分) の速さの自転車で走ると、 $300 \div 200 = 1.5$  分かかる。

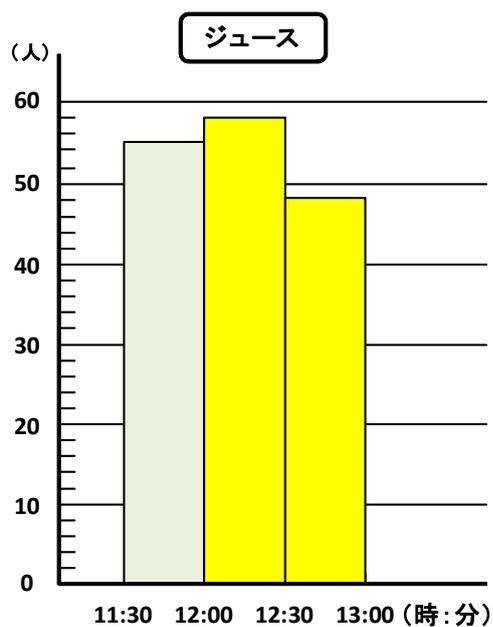
点イは、太郎君が家を出発した時だから、7時50分の1.5分前は、7時48分30秒である。

19

(1)  $25 \div 136 = 0.183 \dots$  より 0.18

(2) 度数161より  $(161 + 1) \div 2 = 81$  番目の人が入る階級は、 $12 : 10$  以上  $12 : 20$  未満の階級である。

(3)

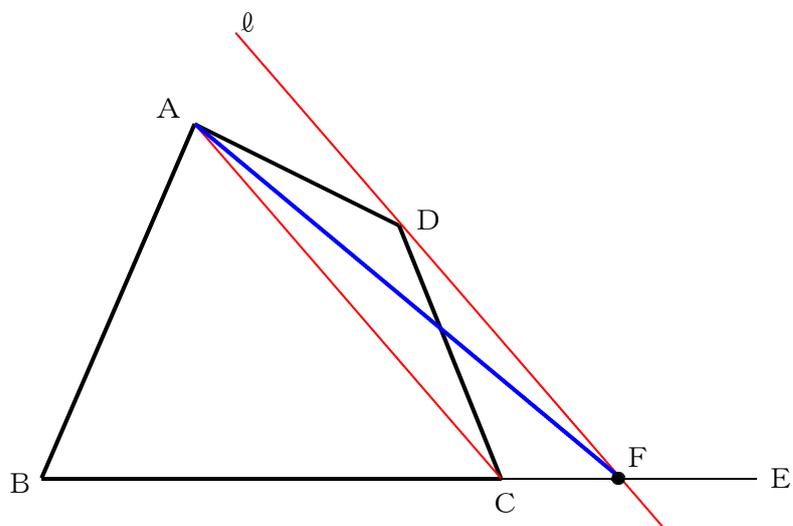


(4) ③

〔理由〕 パンは11:30～と12:00～は、ほぼ同じ人数で、12:30～は半分以下に減っているのので、5人・5人・2人で担当する。ジュースは3つの時間帯とも同程度の人数であるから、均等に4人ずつで担当するとよい。だから、人数の割り振りは③が最も適当である。

20

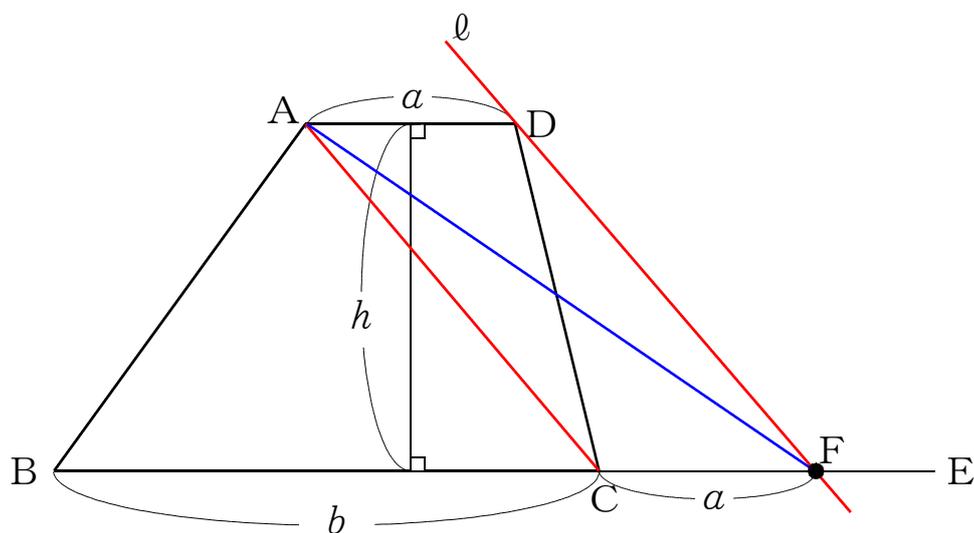
- (1) 【作図の手順】
- ①対角線ACをひく。
  - ②点Dを通り、対角線ACに平行な直線 $l$ をひき、線分CEとの交点をFとする。
  - ③点AとFを結んで、 $\triangle ABF$ をつくる。



(2)

【説明】 対角線ACをひくと、四角形 $ABCD = \triangle ABC + \triangle ACD \cdots ①$   
直線 $l \parallel$ 線分ACで、線分ACが共通だから、 $\triangle ACD = \triangle ACF \cdots ②$   
①、②より、 $\triangle ABC + \triangle ACD = \triangle ABC + \triangle ACF = \triangle ABF \cdots ③$   
よって、①、③より、 $\triangle ABF =$ 四角形 $ABCD$  である。

(3)



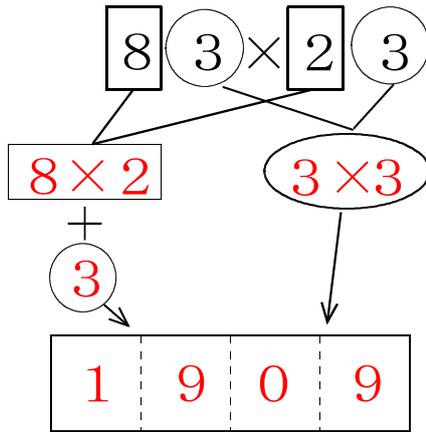
【説明】 点Dを通り、対角線ACと平行な直線 $l$ と線分BCを延長した線分CEとの交点をFとすると、 $AD \parallel CF$ 、 $AC \parallel DF$ より、四角形ACFDは平行四辺形である。よって、 $AD = CF = a$  となる。

(2)より、台形 $ABCD = \triangle ABF$ だから、  
 $\triangle ABF =$ 底辺 $\times$ 高さ $\div 2 = (a+b) \times h \div 2 =$  (上底+下底)  $\times$ 高さ $\div 2$   
と見ることができる。

よって、台形の面積の公式は、(上底+下底)  $\times$ 高さ $\div 2$  となる。

21

(1)



(2) ア…  $a + c$   
 イ…  $10$   
 ウ…  $100b$   
 エ…  $ac + b$

(3) (考え方)

2つの自然数の十の位の数と同じ数なので  $a$  とし、一の位の数をも  $b, c$  とすると、それぞれ  $10a + b, 10a + c$  と表される。

2つの自然数の積より、

$$\begin{aligned} & (10a + b)(10a + c) \\ &= 100a^2 + 10ac + 10ab + bc \\ &= 100a^2 + 10(b + c)a + bc \quad \cdots \text{①} \end{aligned}$$

一の位の数之和が10になることから

$$b + c = 10 \cdots \text{②}$$

よって、①の式に②を代入して、

$$\begin{aligned} & 100a^2 + 10 \times 10 \times a + bc \\ &= 100a^2 + 100a + bc \\ &= 100a(a + 1) + bc \quad \cdots \text{③} \end{aligned}$$

③より

$a(a + 1)$  は、十の位の数とその数に1を足した数との積を表している。その値を100倍し、千の位と百の位の数にする。

また、 $bc$  は、一の位どうしの積で、十の位と一の位の数にする。

(説明) (例)

$54 \times 56$  より、十の位の数5と十の位の数5に1を足した数の6をかけて、

千の位と百の位の数にする。  $5 \times (5 + 1) = 30$

そして、一の位の数4と6の積を、十の位と一の位の数にする。  $4 \times 6 = 24$

よって、3024になる。

22

- (1) ア…// イ… $\frac{1}{2}$  ウ…// エ… $\frac{1}{2}$  オ…// カ…= (オ…= カ…//も可)

キ…1組の向かいあう辺が、等しくて平行である

ク…対角線は、それぞれの中点で交わる

- (2) 四角形の名前…長方形

(説明) 四角形ABCDがひし形であるために、対角線である線分AC, BDは垂直に交わる。

また、四角形EGFHにおいて、(1)より平行四辺形であり、 $AC \perp BD$ から辺EHとEG, 辺EGとGFも垂直に交わる。よって、四角形EGFHの4つの角がすべて等しいので、長方形になる。

- (3)

(説明) 点A, Cを結び、線分EFとの交点をMとする。

点E, Fは辺AB, DCの中点で、 $AD \parallel BC$ より、 $EF \parallel BC$ である。

$\triangle ABC$ において、

点Eが辺ABの中点で、 $EF \parallel BC$ より

$$EM = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} \times 10 = 5 \quad \dots \textcircled{1}$$

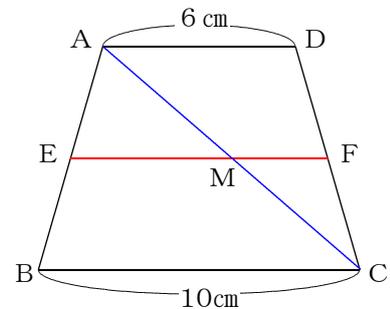
同様に、 $\triangle ACD$ において、

$$MF = \frac{1}{2} AD = \frac{1}{2} \times 6 = 3 \quad \dots \textcircled{2}$$

よって、 $\textcircled{1}$ ,  $\textcircled{2}$ より

$$EF = EM + MF = 5 + 3 = 8$$

$$\underline{EF = 8 \text{ (cm)}}$$



- (4) 四角形の名前…平行四辺形

(証明) 点B, Dを結ぶ。

$\triangle ABD$ において、点E, Hは辺AB, ADの

$$\text{中点より、} EH \parallel BD, EH = \frac{1}{2} BD \quad \dots \textcircled{1}$$

同様に、

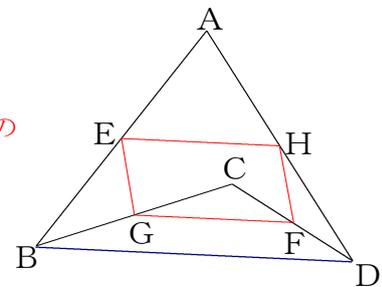
$\triangle CBD$ において、点G, Fは辺CB, CAの

$$\text{中点より、} GF \parallel BD, GF = \frac{1}{2} BD \quad \dots \textcircled{2}$$

よって、 $\textcircled{1}$ ,  $\textcircled{2}$ より

$$EH \parallel GF, EH = GF$$

だから、四角形EGFHは、1組の向かいあう辺が、等しくて平行なので、平行四辺形になる。



23

(1) ①  $x^2 = 4 - x^2$  ,  $2x^2 = 4$  (考え方が正しければ可)

【説明】正方形の1辺の長さを $x$ mとすると

花壇全体の面積は,  $2 \times 2 = 4$  で  $4 \text{ m}^2$  …①

内側に植える部分の面積は,  $x^2 \text{ m}^2$  …②

斜線の部分の面積は, ①・②より  
 $4 - x^2 \text{ (m}^2\text{)}$  …③

よって, 内側に植える正方形の面積とその周りに植える斜線部分の面積とが等しくなるためには, ②と③が同じになる。

$$x^2 = 4 - x^2$$

(別解) 内部に植える部分の面積の2倍が花壇全体の面積と考えると

$$2x^2 = 4$$

② ①の方程式を解く。

$$x^2 = 4 - x^2$$

$$2x^2 = 4$$

$$x^2 = 2$$

$$x = \pm \sqrt{2}$$

$$x > 0 \text{ より } x = \sqrt{2}$$

だから, 正方形の1辺の長さは,  $\sqrt{2}$  mになる。

(2) あ…2, い…3, う… $k^2$ , え… $\sqrt{2}$ , お… $\sqrt{3}$ ,

か… $\frac{\sqrt{3}}{3}$ , き… $\frac{\sqrt{6}}{3}$

【説明】ア, イ, ウの面積が, 等しい面積になるために, まず, アの部分の面積を1として考えると, イとウも1という面積になる。そのため, アである円Oが1, アとイの合計である円O'の面積は2, ア, イ, ウの合計である円O"の面積は, 3として考える。

相似な図形の面積の比は, 相似比の2乗に等しくなることから,

$$\text{円Oと円O'の面積の比が} 1 : 2 \text{ から相似比は, } a : b = 1 : \sqrt{2} \quad \dots \text{①}$$

$$\text{円O'と円O"の面積の比が} 1 : 3 \text{ から相似比は, } a : c = 1 : \sqrt{3} \quad \dots \text{②}$$

$$\text{円O"の半径} c \text{ が} 1 \text{ mと②より } a : c = 1 : \sqrt{3} = a : 1 \quad a = \frac{\sqrt{3}}{3} \dots \text{③}$$

$$\text{③を①に代入して, } \frac{\sqrt{3}}{3} : b = 1 : \sqrt{2} \quad b = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

よって,  $a = \frac{\sqrt{3}}{3}$  m,  $b = \frac{\sqrt{6}}{3}$  m,  $c = 1$  mとなる。

24

(1)

図3 円錐		図4 半球	
<b>【求め方】</b> 体積 = $\frac{1}{3} \times \text{底面積} \times \text{高さ}$ $\frac{1}{3} \times (\pi \times 3^2) \times 6$ $= \frac{1}{3} \times 9\pi \times 6$		<b>【求め方】</b> 体積 = $\frac{1}{2} \times \text{球の体積}$ $\frac{1}{2} \times \left(\frac{4}{3} \times \pi \times 3^3\right)$ $= \frac{1}{2} \times 36\pi$	
体積	$18\pi$ $\text{cm}^3$	体積	$18\pi$ $\text{cm}^3$

(2) ア…等しい (同じ), イ…3, ウ…3

【説明】(1)より円柱, 円錐, 半球の体積は, それぞれ次のようになる。

円柱の体積は  $54\pi \text{ cm}^3$ , 円錐の体積は  $18\pi \text{ cm}^3$ , 半球の体積は  $18\pi \text{ cm}^3$  である。

よって, 円錐の体積と半球の体積は,  $18\pi \text{ cm}^3$  となり, 等しい。

また, 円柱の体積は,  $54\pi \text{ cm}^3$  であり, 円錐, 半球の体積の3倍になっている。

(3) ア… $36\pi$ , イ… $18\pi$ , ウ…2

【説明】

円柱の側面積は, (底面の周の長さ)  $\times$  (高さ) より,

$$2\pi \times 3 \times 6 = 36\pi \quad 36\pi \text{ (cm}^2\text{)} \dots \textcircled{1}$$

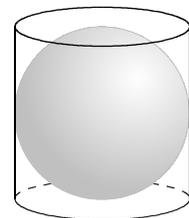
半球の球面の面積は, 球の表面積の半分より,

$$\frac{1}{2} \times 4 \times \pi \times 3^2 = 18\pi \quad 18\pi \text{ (cm}^2\text{)} \dots \textcircled{2}$$

①・②より

円柱の側面積は, 半球の球面の面積の2倍になっている。

このことから, 右の図のように, 底面の直径と高さが等しい円柱の容器にぴったり入る球において, 円柱の側面積と半球の球面の面積の2倍である球の表面積が等しくなることがわかる。



(4) カ… 母線の長さを  $x \text{ cm}$  とすると

$$x^2 = 3^2 + 6^2$$

$$x^2 = 45$$

$$x > 0 \text{ より } x = 3\sqrt{5}$$

$$\text{キ} \cdots 3\sqrt{5}, \quad \text{ク} \cdots \frac{1}{2}a\ell, \quad \text{ケ} \cdots 6\pi, \quad \text{コ} \cdots \frac{1}{2} \times 3\sqrt{5} \times 6\pi, \quad \text{サ} \cdots 9\sqrt{5}\pi$$

【説明】 母線の長さを  $x$  cm とすると、三平方の定理から

$$x^2 = 3^2 + 6^2 = 45$$

$x$  は長さなので、 $x > 0$  より  $x = 3\sqrt{5}$  になる。

よって、母線の長さは、 $3\sqrt{5}$  cm である。

円錐の側面積は、展開図にしておうぎ形から求める方法があるが、この問題は、側面積であるおうぎ形の半径が (キ) から  $3\sqrt{5}$  cm となり、中心角の大きさを  $x^\circ$  として、方程式を下のように立てても、 $x$  の値が整数で求めることができない。

$$2\pi \times 3 = 2\pi \times 3\sqrt{5} \times \frac{x}{360}$$

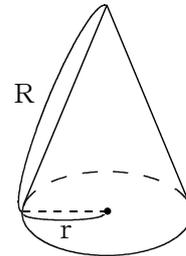
このようなときには、おうぎ形の面積を  $S$ 、母線の長さを  $a$ 、弧の長さを  $\ell$  としたとき、 $S = \frac{1}{2} a\ell$  という関係式があったことを確認する。

$$\text{この式の関係から、} S = \frac{1}{2} \times 3\sqrt{5} \times 6\pi$$

$$\text{となり、} S = 9\sqrt{5}\pi$$

また、このほかに、右の図のように、母線の長さ  $R$  と底面の半径  $r$  の長さから側面積を求める式が下の式のように、表すことができることを確認する。

$$S = r R \pi$$



25

(1) 運動部の種類の数の最頻値… 10.5 (種類)

文化部の種類の数の最頻値… 13.5 (種類)

【説明】資料の値の中で、もっとも頻繁に現れる値を、最頻値、または、モードといい、度数分布表やヒストグラムでは、度数のもっとも多い階級値を最頻値とする。

よって、図1のヒストグラムから運動部の種類の数で度数のもっとも多い階級は、9種類以上12種類未満であり、階級値は10.5種類となり、この値が最頻値になる。

また、図2のヒストグラムから文化部の種類の数で度数のもっとも多い階級は、12種類以上15種類未満であり、階級値は13.5種類となり、この値が最頻値になる。

(2) 運動部の種類の数の中央値… 9 (種類以上) 12 (種類未満)

文化部の種類の数の中央値… 12 (種類以上) 15 (種類未満)

【説明】資料の値を大きい順に並べたとき、その中央の値を中央値、または、メジアンという。資料の個数が奇数の場合は、まん中の値が中央値である。資料の個数が偶数の場合は、中央に並ぶ2つの値の平均をとって中央値とする。この問題では、度数が25校なので、大きい順に並べたときの13校目の値がある階級をヒストグラムから読み取る。よって、図1のヒストグラムから運動部の種類の数の中央値は、9種類以上12種類未満である。また、図2のヒストグラムから文化部の種類の数の中央値は、12種類以上15種類未満になる。

(3) 運動部の相対度数… 0.2

文化部の相対度数… 0.12

【説明】図1より運動部の種類の16種類がある12種類以上15種類未満の階級の度数は、資料の個数が25校中の5校である。

$$\text{相対度数} = \frac{\text{各階級の度数}}{\text{度数の全体}} \text{ より,}$$

$$\frac{5}{25} = 0.2$$

図2より文化部の種類の11種類がある12種類以上15種類未満の階級の度数は、資料の個数が25校中の3校である。

$$\text{相対度数} = \frac{\text{各階級の度数}}{\text{度数の全体}} \text{ より,}$$

$$\frac{3}{25} = 0.12$$

(4) 運動部の相対度数… 1 2.1 (種類)

文化部の相対度数… 1 3.4 (種類)

【説明】 ヒストグラムから平均値を求める場合は、各階級値の値に度数をかけて、その和を資料全体の度数で割ることによって、求めることができる。

ヒストグラムを下のように、度数分布表にまとめてみた。

階級 (種類)	図1 運動部の種類の数		図2 文化部の種類の数	
	度数 (校)	階級値×度数	度数 (校)	階級値×度数
3 以上 ~ 6 未満	1	4.5	1	4.5
6 ~ 9	4	30.0	5	37.5
9 ~ 12	8	84.0	3	31.5
12 ~ 15	6	81.0	7	94.5
15 ~ 18	5	82.5	4	66.0
18 ~ 21	1	19.5	4	78.0
21 ~ 24	0	0.0	1	22.5
計	25	301.5	25	334.5

上の度数分布表より、運動部の種類の数の階級値×度数の和は、301.5になっている。301.5を資料全体の度数の25で割り、平均値を求める。

$$301.5 \div 25 = 12.06$$

よって、小数第2位を四捨五入して、12.1 (種類)

また、運動部の種類の数の階級値×度数の和は、334.5になっている。

334.5を資料全体の度数の25で割り、平均値を求める。

$$334.5 \div 25 = 13.38$$

よって、小数第2位を四捨五入して、13.4 (種類)

(5) 例1 16種類は、運動部の中央値がある階級より大きい数であるから。

例2 16種類は、25校中、多い方から数えて、6校までの中に入っているから。

例3 16種類は、運動部の平均値が12.1種類より大きい数であるから。

【説明】 例1 (2)の結果から運動部の中央値は、9種類以上12種類未満の階級にあるので、16種類はその階級より大きな値であることから判断することができる。

例2 ヒストグラムの多い方から数えてみると、6校までの中に入っていると考えられ、25校中では上位と判断することができる。

例3 (4)の結果から運動部の平均値が12.1種類より16種類は、平均値より大きいことがわかるから、多い方だということがわかる。

26

(1)  $200a + 150b + 240$  (円)

【説明】商品Aの金額…  $200 \times a$  (円)  
商品Bの金額…  $150 \times b$  (円)  
商品Cの金額…  $120 \times 2$  (円)  
よって、合計金額は、商品A, B, Cの金額の合計より  
 $200a + 150b + 240$  (円)

(2) 3通り

【説明】(商品Aと商品B), (商品Aと商品C), (商品Bと商品C) の3通り

(3) ①ア…  $160$ , イ…  $a+b$ , ウ…  $160a + 150b$

②

商品A	( 8 ) 個
商品( C )	( 6 ) 個

【説明】①ア 商品Aの定価は200円で、20%引きの割引券を使用すると

$$\begin{aligned} & 200 \times (1 - 0.2) \\ &= 200 \times 0.8 \\ &= 160 \qquad \qquad \qquad 160 \text{円} \end{aligned}$$

イ [1] は、商品Aと商品Bを選んだ買い方であるから $a$ 個と $b$ 個を使って個数に関する方程式をつくる。

合計の個数が14個であるから、  
 $a + b = 14$  の式をつくることができる。

ウ 金額に関する方程式は、商品Aは20%引きの割引券を使っているから、1個あたり160円、商品Bは150円より、

$$\begin{aligned} 160 \times a + 150 \times b &= 2000 \\ 160a + 150b &= 2000 \end{aligned} \text{ の式になる。}$$

② [1] の連立方程式は①より、

$$\begin{cases} a + b = 14 \\ 160a + 150b = 2000 \end{cases}$$

これを解いて  $(a, b) = (-10, 24)$

これは、問題にあっていない。このことから、商品Aと商品Bの組み合わせでは買うことができない。

[2] の連立方程式は、商品Aを $a$ 個、商品Cを $c$ 個として、連立方程式をつくると、

$$\begin{cases} a + c = 14 \\ 160a + 120c = 2000 \end{cases}$$

これを解いて  $(a, c) = (8, 6)$

これは、問題にあっている。

よって、商品Aを8個、商品Cを6個になる。

- (4) 商品A…6 (個), 商品B…9 (個), 商品C…3 (個),  
合計金額…2570 (円)

【説明】商品Aを $x$ 個買うとする。

商品Aと商品Bの個数の比が2 : 3であるから,

$$x : \text{商品Bの個数} = 2 : 3$$

よって, 商品Bの個数を $x$ で表すと  $\frac{3}{2}x$ 個になる。

また, 商品Aと商品Cの個数の比は2 : 1であるから,

$$x : \text{商品Cの個数} = 2 : 1$$

よって, 商品Cの個数を $x$ で表すと  $\frac{1}{2}x$ 個になる。

商品A, 商品B, 商品Cの合計が18個であるから,

$$x + \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}x = 18 \quad \text{となる。}$$

この方程式を解いて,  $x = 6$

だから, 商品Aは6個, 商品Bは9個, 商品Cは3個となる。

また, 合計金額は, 20%引きの割引券を使うので

$$160 \times 6 + 150 \times 9 + 120 \times 3 = 2570 \quad 2570 \text{ (円)}$$

- (5) 13 (個以上)

【説明】20%引きの割引券では1個あたり40円の割引になる。この40円と500円引きの商品券とを比較すると,  $500 \div 40 = 12.5$  となる。つまり, 12個までは  $12 \times 40 = 480$  となり, 500円の割引を超えない。よって, 13個目からは  $13 \times 40 = 520$  となり, 500円の割引より金額が大きくなり, 20%引きの割引券を使った方が安くなる。

また, 表を使って, 実際に金額を計算することもできる。

個数	20%割引きのときの合計金額(円)	500円割引きのときの合計金額 (円)
1	160	200
2	320	400
3	480	600
4	640	800
5	800	1000
6	960	1200
7	1120	1400
8	1280	1600
9	1440	$1800 - 500 = 1300$
10	1600	$2000 - 500 = 1500$
11	1760	$2200 - 500 = 1700$
12	1920	$2400 - 500 = 1900$
<b>13</b>	<b>2080</b>	<b><math>2600 - 500 = 2100</math></b>

27

(1) ① 96 (cm)

【説明】 $a=80$ より、台から落としたボールは120cmの80%の高さまで跳ね上がるので、  
 $120 \times \frac{80}{100} = 96$  となる。

② 4 (回)

【説明】 $a=80$ より、台から落としたボールは120cmの80%の高さまで跳ね上がるので、  
 落とした台の高さを  $h$  cm とすると、

1回目  $h \times \frac{80}{100} = \frac{4}{5}h (=0.8h)$        $\left[ \frac{80}{100} = \frac{4}{5} = 0.8 \right]$

2回目  $0.8h \times 0.8 = 0.64h$

3回目  $0.64h \times 0.8 = 0.512h$

4回目  $0.512h \times 0.8 = 0.4096h$       (半分以下  $\Rightarrow$  0.5倍以下)

(2) ①  $y = 0.7x$     ( $y = \frac{7}{10}x$ )

② ア…2, イ…3, ウ…4, エ…n, オ…比例

【説明】 $y$ が $x$ の関数で、その間の関係が、 $y = ax$  ( $a$ は定数)で表されるとき、  
 $y$ は $x$ に比例するという。また、定数 $a$ を比例定数という。

比例の関係  $y = ax$ では、 $x$ の値を2倍、3倍、4倍、……すると、  
 $y$ の値も2倍、3倍、4倍、……となっていく。

(啓林館教科書1年 P.102, 103参照)

ボールを落とす台の高さ $x$ (cm)	10	20	30	40	50	60	……
ボールが跳ね上がる高さ $y$ (cm)	7	14	21	28	35	42	……

(3) ①  $a = \frac{6000}{x}$

【説明】表から  $x \times a = 6000$

この式を  $a$  について解くと、 $a = \frac{6000}{x}$

ボールを落とす台の高さ $x$ (cm)	60	80	100	120
	×	×	×	×
ボールが跳ね上がる割合 $a$ (%)	100	75	60	50
	6000	6000	6000	6000

② ア… $\frac{1}{2}$ ，イ… $\frac{1}{3}$ ，ウ… $\frac{1}{4}$ ，エ… $\frac{1}{n}$ ，オ…反比例

【説明】 $y$ が $x$ の関数で，その間の関係が， $y = \frac{a}{x}$  ( $a$ は定数)で表されるとき， $y$ は $x$ に反比例するという。また，定数 $a$ を比例定数という。

反比例の関係  $y = \frac{a}{x}$  では， $x$ の値を2倍，3倍，4倍，……すると， $y$ の値も $\frac{1}{2}$ 倍， $\frac{1}{3}$ 倍， $\frac{1}{4}$ 倍，……となっていく。

(啓林館教科書1年 P.113参照)

ボールを落とす台の高さ $x$ (cm)	60	75	80	100	120	240
ボールが跳ね上がる割合 $a$ (%)	100	80	75	60	50	25

Diagram annotations: Blue arrows show  $x$  increasing by 2, 3, and 4 times. Red arrows show  $a$  decreasing by  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$ , and  $\frac{1}{4}$  times.

③ (例) (あ)を選択して

説明 ボールを落とす台の高さ  $x$  とボールが跳ね上がる割合  $a$  の関係を表す式  $a = \frac{6000}{x}$  に  $a = 40$ を代入して，ボールを落とす台の高さ  $x$  の値を求めればよい。

(例) (い)を選択して

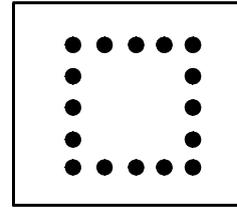
説明 ボールを落とす台の高さ  $x$  とボールが跳ね上がる割合  $a$  の変化の様子から， $x$ の値を2倍にすると， $a$ の値は $\frac{1}{2}$ 倍になるので， $x$ の値を $\frac{1}{2}$ 倍にすると， $a$ の値は2倍になることを利用して， $a$ の値が40のときのボールを落とす台の高さ  $x$  の値を求めればよい。

※選択した「式」または「変化の様子」の「用い方」が記述されていれば可

28 (参考：H28 中2春ステップアップテスト[5])

(1) 16 (個)

【説明】問題の意味を理解し、図をかいて基石の数を数えたり、(2)(3)のように、辺ごとに基石を囲み計算で求めたりすることが考えられる。また、 $5 \times 5 - 3 \times 3$ で求めることも考えられる。

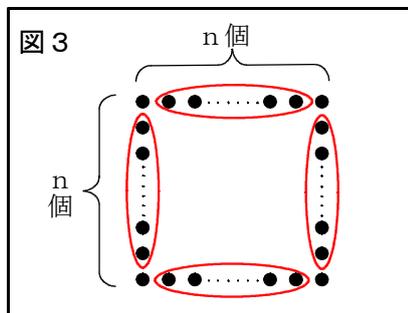


※授業等で用いる際は、できるだけ多くの考え方をさせたい。

(2) エ

【説明】式  $4(n-1) = 4 \times (n-1)$  から、 $(n-1)$  の4倍であることを読み取り、1辺あたりに  $n$  個並んでいて、1個を除いて囲んでいるもの。

(3) 例



説明

例

正方形の辺ごとに頂点の基石を除いて囲んでいるので、1つのまとまりの個数は  $(n-2)$  個である。

同じまとまりが4つあるので、このまとまりで数えた基石の個数は  $4(n-2)$  個になる。このとき、各頂点の基石を除いて数えているので、基石全部の個数は  $4(n-2)$  個より4個多い。

したがって、基石全部の個数を求める式は、 $4(n-2)+4$  になる。

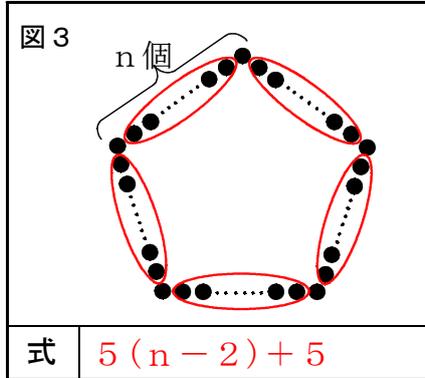
【説明】(2) や (3) の図2と説明から、同様に式  $4(n-2)+4$  から、1辺あたり4角を除く  $(n-2)$  個を囲む。(上の解答例の説明の通り)

29

(1) ア… $n$ , イ… $5n$ , ウ… $5$

【説明】参考：28，H28 中2春ステップアップテスト5

(2) 例1



説明

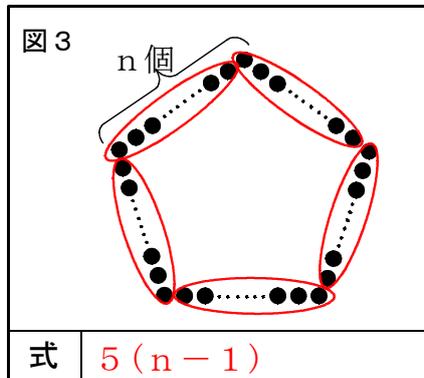
例1

正五角形の辺ごとに頂点の基石を除いて囲んでいるので、1つのまともりの個数は  $(n-2)$  個です。

同じまともりが5つあるので、このまともりで数えた基石の個数は  $5(n-2)$  個になります。このとき、各頂点の基石を除いて数えているので、基石全部の個数は  $5(n-2)$  個より5個多くなります。

したがって、基石全部の個数を求める式は、 $5(n-2)+5$  になります。

例2



説明

例2

正五角形の辺ごとに頂点の基石を除いて囲んでいるので、1つのまともりの個数は  $(n-1)$  個です。

同じまともりが5つあるので、このまともりで数えた基石の個数は  $5(n-1)$  個になります。

したがって、基石全部の個数を求める式は、 $5(n-1)$  になります。

※図，式，説明が一致していること。

30 (参考：H29 全国学力・学習状況調査[4])

(1) ア

【説明】証明を振り返り、新たな性質を見いだすことができるようにする。

(仮定)：正三角形→正三角形の定義：3つの辺がすべて等しい三角形を、  
正三角形という。

$\triangle ACD$ では、 $AC = CD = DA$

$\triangle CBE$ では、 $CB = BE = EC$

→正三角形の性質：正三角形の3つの角はすべて等しい

$\triangle ACD$ では、 $\angle DAC = \angle ACD = \angle CAD = 60^\circ$

$\triangle CBE$ では、 $\angle ECB = \angle CBE = \angle BEC = 60^\circ$

【根拠】：三角形の合同：合同な図形の性質

- ・合同な図形の対応する線分の長さは、それぞれ等しい。
- ・合同な図形の対応する角の大きさは、それぞれ等しい。

※【すみかさんの証明】では、 $\triangle ACD \equiv \triangle CBE$ を示すために、「 $AC = DC$ 、 $CE = CB$ 、 $\angle ACE = \angle DCB$ 」を用いている。三角形の合同条件は、三角形の対応する辺や角の6つの相当関係のうち、3つの関係で合同を示すものである。よって合同を示す際に用いた条件以外の3つの相当関係を見いだすことができる。したがって、ここで示した結論「 $AE = DB$ 」の他に2つの性質「 $\angle CAE = \angle CDB$ 、 $\angle AEC = \angle DBC$ 」を $\triangle ACD \equiv \triangle CBE$ から見いだすことができる。

(結論)： $AE = DB$

(2)

【証明】

$\triangle ACE$ と $\triangle DCB$ において、

正方形の辺はすべて等しいから、正方形 $ACDF$ と $\triangle CBGE$ より、

$$AC = DC \quad \dots\dots ①$$

$$CE = CB \quad \dots\dots ②$$

また、正方形の角はすべて直角で等しいから、

$$\angle ACE = \angle DCB = 90^\circ \quad \dots\dots ③$$

①、②、③より、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから、

$$\triangle ACE \equiv \triangle DCB$$

合同な図形の対応する辺は等しいから、

$$AE = DB$$

【説明】問題の条件を変えて、発展的に考えることができるようにする。

※証明を読み、条件や性質を捉える場面を設定することが考えられる。

形を変える (正方形→平行四辺形)、図形を動かす (ずらす、回転) 等

31 (参考：全国学力・学習状況調査H19 B[5]・H25 B[3])

(1) 40.0℃ (40℃)

【趣旨】与えられた表から情報を適切に選択し、処理することができる。

表から熱し始め(0分後)の水温が15.0℃, 10分後の水温が55.0℃であることを読み取り, その差を求める。  $55.0 - 15.0 = 40.0$

(2) 例1 点がほぼ一直線上に並んでいる。

例2 区間ごとに結んだ線分の傾きがほぼ同じである。

例3 区間ごとの変化の割合が一定である。

【趣旨】与えられたグラフ上の点の並び方を理想化, 単純化して捉えることができる。

※確認しておきたい学習内容

関数：ともなっていて変わる2つの変数  $x, y$  があって,  $x$  の値を決めると, それに対応して  $y$  の値がただ1つに決まるとき,  $y$  は  $x$  の関数であるという。

一次関数：  $y$  は  $x$  の関数で,  $y$  が  $x$  の一次式で表されるとき,  $y$  は  $x$  の一次関数であるという。一般に,  $y = ax + b$  の形で表される。

一次関数  $y = ax + b$  の変化の割合：  $x$  の増加量に対する  $y$  の増加量を, 変化の割合という。一次関数  $y = ax + b$  では, 変化の割合は一定で,  $a$  に等しい。

$$\text{変化の割合} = \frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}} = a$$

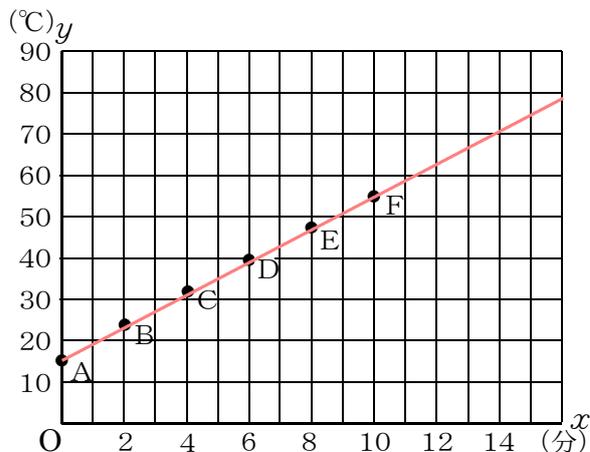
一次関数のグラフ：一次関数  $y = ax + b$  のグラフは, 傾き  $a$ , 切片  $b$  の直線である。

一次関数  $y = ax + b$  の変化の割合は,

グラフ上では, 直線  $y = ax + b$  の傾き  $a$  になっている。

(啓林館教科書1年p. 272, 2年p. 211より)

解答例1：「 $y$  は  $x$  の一次関数と見る。」ためには, グラフ上の全ての点を見通し, 直線を引くことでほぼ一直線上に点が並んでいることを理解する。



解答例2:「 $y$ は $x$ の一次関数と見る。」ためには、グラフ上の点を順番に結ぶ線分の傾きを考えると、ほぼ同じ傾きであることを理解する。

ABの傾き 4.1, BCの傾き 3.95, CDの傾き 4.05, DEの傾き 3.9, EFの傾き 4.0

解答例3:「 $y$ は $x$ の一次関数と見る。」ためには、グラフ上のどの2点の間を取って考えても変化の割合がほぼ同じで一定であると考えることができることを理解する。

$$\text{ABの変化の割合} = \frac{23.2 - 15.0}{2 - 0} = 4.1 \quad \text{ACの変化の割合} = \frac{31.1 - 15.0}{4 - 0} = 4.025$$

$$\text{BDの変化の割合} = \frac{39.2 - 23.2}{6 - 2} = 4.0 \quad \text{BFの変化の割合} = \frac{55.0 - 23.2}{10 - 2} = 3.975$$

- (3) 例1  $y$ を $x$ の一次関数の式で表し、その式に $y = 75$ を代入し、 $x$ の値を求める。  
例2 表の数値を用いて変化の割合を調べ、その変化の割合で水温が $15^{\circ}\text{C}$ から $75^{\circ}\text{C}$ へ上昇するまでにかかる時間を計算する。

【趣旨】問題解決のために数学を活用する方法を考え、説明できるようにする。

解答例1:  $y$ を $x$ の式で表すと、 $y = 4x + 15$  となり、 $y = 75$ を代入して $x$ の値を求めると  $x = 15$  で 15分後となる。

解答例2: 変化の割合がほぼ同じで一定で4である。したがって、 $15^{\circ}\text{C}$ の水温が $75^{\circ}\text{C}$ になるのは、 $60^{\circ}\text{C}$ 上昇することになるので、 $60 \div 4 = 15$  で、15分後となる。

〈指導者の方へ〉(平成25年度全国学力・学習状況調査解説資料P.95~P.101参照)

※ 日常的な事象の問題を数学の世界で考察するために、事象の変化の様子について予測したり、実際のデータの特徴を分析したりする場面を設定し、表やグラフに表すことを通して、これまでに学習した数学を使って解決できるように、事象を理想化・単純化する活動を取り入れることが大切である。

※ 様々な問題を解決するために、問題解決の方法に焦点を当て、表、式、グラフなどの「用いるもの」とその「使い方」について説明する場面を設定することが大切である。

32 (参考：全国学力・学習状況調査 小学校 H27 B5)

(1) 12 cm<sup>2</sup>

【趣旨】与えられた問題文と図から情報を適切に選択し、処理することができる。

問題文中に「平行四辺形の面積を2等分するために、その平行四辺形に1本の直線を引き、2つの合同な図形に分けました。」とあり、求める色がついた部分の面積は、平行四辺形の半分であることが分かる。

平行四辺形の面積の公式は (平行四辺形の面積) = (底辺) × (高さ) で、図より平行四辺形の底辺は6 cm、高さは4 cmで、 $6 \times 4 = 24$  の24cm<sup>2</sup> となり、求める色がついた部分の面積はその半分で、 $24 \div 2 = 12$  の12cm<sup>2</sup> となる。

(2) **例1** アとイの面積は等しく、ウとエの面積も等しい。オは、アとウを合わせた図形で、カは、イとエを合わせた図形である。同じ面積の図形を合わせているので、オとカの面積は等しくなる。

**例2** アとイは面積が $5 \times 5 \div 2 = 12.5$ 、ウとエの面積が $9 \times 4 \div 2 = 18$ で、オは、アとウを合わせた図形で、面積は $12.5 + 18 = 30.5$ 、カは、イとエを合わせた図形で、面積は $12.5 + 18 = 30.5$ である。オもカも面積が30.5 (cm<sup>2</sup>)だから、オとカの面積は等しくなる。

【趣旨】平行四辺形の面積を2等分する考えを基に、分割された2つの図形の面積が等しくなる理由を、言葉や数、記号を用いて記述することができる。

示された図形の分割の仕方は、それぞれ平行四辺形の面積を一本の直線で2等分していることを解釈し、①示された図形の分割の仕方は、2つの平行四辺形の面積をそれぞれ2等分していることを捉える。②示された2つの複合図形は、それぞれ2つの四角形を合わせた図形であることを捉える。③それぞれ同じ面積の図形を合わせていることから、2つの複合図形の面積は等しくなると判断する。

(3) 39 cm<sup>2</sup>

【趣旨】条件を変更した場面に面積を2等分する考えを適用して、示された部分の図形の面積を求めることができる。

示された図形は、(1)、(2)の平行四辺形を長方形に変更したものである。平行四辺形のとくと同様に、それぞれ長方形の面積を一本の直線で2等分しているので、求める図形の面積は、2つの長方形の面積の半分であることを理解する。

$$6 \times 4 \div 2 = 12, \quad 9 \times 6 \div 2 = 27, \quad 12 + 27 = 39$$

〈指導者の方へ〉

※ 生徒が既習の内容を積極的に活用し、根拠となる事柄を明らかにして考え進むためには、問題の条件や数値などを変更した場面から発展的に課題を解決することが大切である。

指導に当たっては、問題の条件や数値を一部変更した新たな問題をつくる活動が考えられる。

33 (参考：H29 中2春ステップアップテスト5)

【趣旨】問題場面における事象を的確に捉え、方程式を使って問題を解決することができる。

(1)  $360 \div 12 = 30$   $30^\circ$

(2) ① 長針・・・起点からから  $0^\circ$  の位置  
短針・・・起点から  $120^\circ$  の位置

② ア  $30$                       イ  $30 \div 60 = 0.5$                       ウ  $0.5$   
エ  $6x$                       オ  $90 + 0.5x$

③

3時から4時の間で、長針と短針が重なる時刻を3時 $x$ 分とする。

$$\begin{aligned} 6x &= 90 + 0.5x \\ 60x &= 900 + 5x \\ 55x &= 900 \\ x &= \frac{900}{55} \\ x &= 16.3\cdots \end{aligned}$$

$x$ の値の小数第1位を四捨五入すると、3時から4時の間で、長針と短針が重なる時刻は、およそ3時 16 分である。

④ 8時から9時の間で長針と短針が一直線に並ぶのは、  
(起点からの短針の角度) - (起点からの長針の角度) =  $180^\circ$   
であることから方程式をつくる。

8時から9時の間で、長針と短針が一直線に並ぶ時刻を8時 $x$ 分とする。

$$\begin{aligned} 240 + 0.5x - 6x &= 180 \\ x &= \frac{120}{11} = 10.9\cdots \end{aligned}$$

$x$ の値の小数第1位を四捨五入すると、8時から9時の間で、長針と短針が一直線に並ぶ時刻は、およそ8時11分 である。

34

(1) 【趣旨】 考察の対象を明確に捉えることができる。

①  $17 \times 3$

② ア  $7$                       イ  $7$

③ ウ  $a - 7$               エ  $a + 7$               オ  $3a$

(2) ① 【趣旨】 見いだした事柄を数学的に表現することができる。

カレンダーの横に並んだ3つの数の和は、中央の数の3倍に等しくなる。

② 【趣旨】 事柄が成り立つ理由を、構想を立てて説明することができる。

カレンダーの横に並んだ3つの数のうち、

中央の数を $a$ とすると、左側の数は $a - 1$ 、

右下の数は $a + 1$ と表される。

この3つの数の和は、

$$(a - 1) + a + (a + 1)$$

$$= a - 1 + a + a + 1$$

$$= 3a$$

$a - 1$	$a$	$a + 1$

よって、カレンダーの横に並んだ3つの数の和は、中央の数の3倍に等しい。

③ 【趣旨】 問題場面を適切に捉え、解がはじめの問題の条件に当てはまるかを吟味し、説明することができる。

カレンダーの横に並んだ3つの数のうち中央の数を $a$ とすると、

②より、3つの数の和は $3a$ と表されるので、

$$3a = 51$$

$$a = 17$$

よって、カレンダーの横に並んだ3つの数の和が51になるのは、16, 17, 18のときであるが、このカレンダーでは、この3つの数は横に並んでいないので、このカレンダーの横に並んだ3つの数の和が51になることはない。

35

(1) 【趣旨】 2つの図形の関係を移動に着目して捉え、数学的な表現を用いて説明することができる。

① 例1 円Bは、円Aを、点Oを回転の中心として、時計まわりに $270^\circ$ だけ回転移動したものである。

例2 円Bは、円Aを、点Oを回転の中心として、反時計まわりに $90^\circ$ だけ回転移動したものである。

② 例1 円Cは、円Aを、点Oを回転の中心として、点対称移動したものである。

例2 円Cは、円Aを、点Bを回転の中心として、時計まわりに $90^\circ$  (反時計まわりに $270^\circ$ )だけ回転移動したものである。

例3 円Cは、円Aを、点Dを回転の中心として、時計まわりに $270^\circ$  (反時計まわりに $90^\circ$ )だけ回転移動したものである。

例4 円Cは、円Aを、直線BDを対称の軸として、対称移動したものである。

例5 円Cは、円Aを、点Aを点Cに移すように、平行移動したものである。

(2) 【趣旨】 図形を移動して、面積を求めやすい図形に変形して、面積を求めることができる。

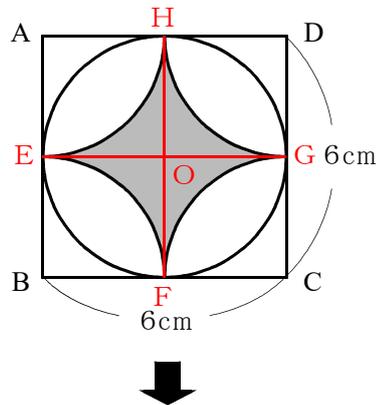
ア 3

イ  $6 \times 6 - \pi \times 3 \times 3$  または、  $6^2 - \pi \times 3^2$

ウ  $36 - 9\pi$

(3) 【趣旨】 図形を移動して、面積を求めやすい図形に変形して、面積を求める方法を説明することができる。

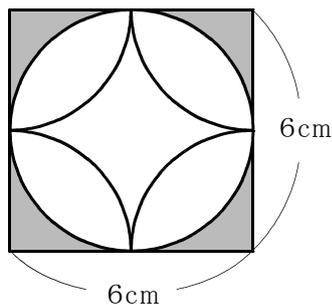
①



例

4辺AB, BC, CD, DAの中点を、それぞれE, F, G, Hとする。また、線分EGとFHの交点をOとする。

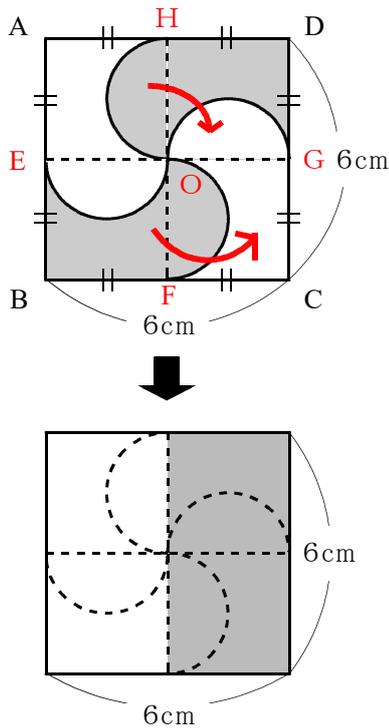
四角形AEOHを、直線EHを対称の軸として、対称移動する。同様に、四角形BFOE, 四角形CGOF, 四角形DHOGを、それぞれ直線EF, FG, GHを対称の軸として、対称移動する。



色のついた部分の面積は、1辺の長さが6cmの正方形の面積から、半径3cmの円の面積をひいた面積である。

したがって、色のついた部分の面積は、 $6^2 - \pi \times 3^2 = 36 - 9\pi$  となり、 $(36 - 9\pi) \text{ cm}^2$  である。

②



例

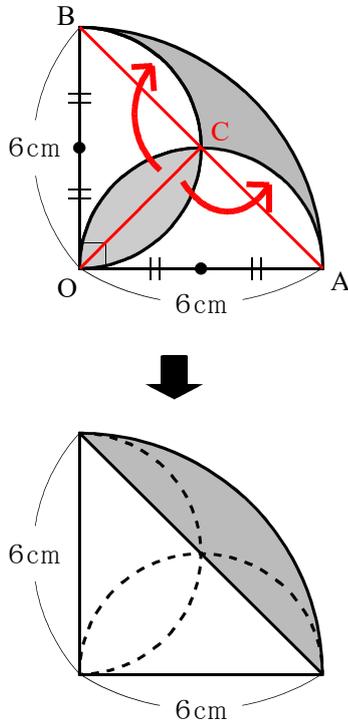
4辺AB, BC, CD, DAの中点を, それぞれE, F, G, Hとする。また, 線分EGとFHの交点をOとする。

線分HOを直径とする半円を, 点Oを回転の中心として, 時計まわりに $90^\circ$ だけ回転移動する。また, 四角形BFOEから線分EOを直径とする半円を除いた部分を, 点Oを回転の中心として, 反時計まわりに $90^\circ$ だけ回転移動する。

色のついた部分の面積は, 縦6 cm, 横3 cmの長方形の面積である。

したがって, 色のついた部分の面積は,  
 $6 \times 3 = 18$  となり,  $18\text{cm}^2$  である。

③



例

$\widehat{AO}$ と $\widehat{BO}$ の交点のうち, 点O以外の点をCとする。

$\widehat{CO}$ で囲まれた部分を線分COで等分し, 点Cを回転の中心として, それぞれ, 時計まわり, 反時計まわりに $90^\circ$ だけ回転移動する。

色のついた部分の面積は, 半径6 cm, 中心角 $90^\circ$ のおうぎ形OABの面積から, 直角二等辺三角形OABの面積をひいた面積である。

したがって, 色のついた部分の面積は,

$$\pi \times 6^2 \times \frac{90}{360} - 6 \times 6 \times \frac{1}{2}$$

$$= 9\pi - 18$$

となり,  $(9\pi - 18)\text{cm}^2$  である。

36

(1) 【趣旨】 平均の速さの求め方を理解している。

ア  $\frac{12}{6} = 2$

イ  $\frac{12}{12} = 1$

ウ  $2 + 1 = 3$

エ  $12 \times 2 = 24$

オ  $\frac{24}{3}$

カ 8

(2) 【趣旨】  $x$  を使って、平均の速さを求める方法を説明することができる。

行きにかかった時間は  $\frac{x}{6}$  時間、帰りにかかった時間は  $\frac{x}{12}$  時間だから、

$$\text{往復にかかった時間は } \frac{x}{6} + \frac{x}{12} = \frac{3x}{12} = \frac{x}{4}$$

また、往復の道のりは  $2x$  km です。

したがって、平均の速さは、

$$2x \div \frac{x}{4} = \frac{2x \times 4}{1 \times x} = 8$$

平均の速さ 時速 8 km

(3) 【趣旨】 数学的な結果を事象に即して解釈することを通して、成り立つ事柄を判断し、その理由を数学的な表現を用いて説明することができる。

イ

例1 平均の速さを表す式に、 $x$  が含まれていないので、走る距離が変わっても、平均の速さは変わらない。

例2 平均の速さを求める計算過程で  $x$  がなくなるので、走る距離が変わっても、平均の速さは変わらない。

37

(1) ① 【趣旨】階級の幅の意味を理解している。

5 (回)

② 【趣旨】相対度数の意味と必要性を理解している。

エ

③ 【趣旨】累積相対度数の意味と必要性を理解している。

累積相対度数

(2) ① 【趣旨】四分位範囲の意味を理解している。

8 (回)

② 【趣旨】箱ひげ図から分布の特徴を読み取ることができる。

ア, エ

※ イ：範囲は第1週の方が小さい。

ウ：30回という記録があったかもしれないが、必ずあったとは読み取ることができない。

③ 【趣旨】第2四分位数（中央値）の意味と必要性を理解している。

ウ

(3) 【趣旨】データの傾向を的確に捉え、判断の理由を数学的な表現を用いて説明することができる。(理由の説明)

例 3組の方が2組より30回以上の記録が出た回数が多いので、3組の方が体育祭当日にはよい記録を出せる傾向にあることが読み取れるから。

38

- (1) ① 【趣旨】 問題場面における考察の対象を明確に捉えることができる。

$$9^2$$

- ② 【趣旨】 目的に応じて数を文字を用いて表したり，その意味を読み取ったりして，事柄が成り立つ理由を説明することができる。(事柄・事実の説明)

ア  $n(n + 1)$

イ  $(n + 1)^2$

ウ  $n^2 + n(n + 1) + n(n + 1) + (n + 1)^2$   
 $= n^2 + n^2 + n + n^2 + n + n^2 + 2n + 1$   
 $= 4n^2 + 4n + 1$

- ③ 【趣旨】 ある条件の下で，いつでも成り立つ整数の性質を見だし，それを数学的に表現することができる。

記号 ア

式  $\{n + (n + 1)\}^2$

- (2) ① 【趣旨】 解決された課題から新たな性質を見だし，問題場面における考察の対象を明確に捉えることができる。

ア 3

イ 4 (ア，イは順不同)

ウ 6

エ 7 (ウ，エは順不同)

- ② 【趣旨】 目的に応じて数を文字を用いて表したり，その意味を読み取ったりして，事柄が成り立つ理由を説明することができる。(事柄・事実の説明)

ア  $a(b + 1)$

イ  $a + 1$

ウ  $b(a + 1)$

エ  $(a + 1)(b + 1)$

オ  $ab + a(b + 1) + b(a + 1) + (a + 1)(b + 1)$   
 $= ab + ab + a + ab + b + ab + a + b + 1$   
 $= 4ab + 2a + 2b + 1$

- ③ 【趣旨】 数学的な結果を事象に即して解釈し，問題場面における事象を的確に捉え，素因数分解を使って問題を解決することができる。

$$192, 204, 208, 221 \text{ (順不同)}$$

**解法例**

825 を素因数分解すると、 $3 \times 5^2 \times 11$

よって、825 になる 2 数の組み合わせは、 $3 \times 275$

$$5 \times 165$$

$$11 \times 75$$

$$15 \times 55$$

$$25 \times 33 \quad \text{の 5 通り。}$$

ただし、かけられる数、かける数とも 10 以上の自然数より、825 になる 2 数の組み合わせは  $25 \times 33$  しかないことが分かる。

したがって、左上のかけられる数を  $a$ 、かける数を  $b$  とすると、四角形で囲んだ 4 つの数の和は  $(2a + 1)(2b + 1)$  で表されるので、

$$(2a + 1)(2b + 1) = 25 \times 33$$

$2a + 1 = 25$ 、 $2b + 1 = 33$  のとき、

$a = 12$ 、 $b = 16$  となるので、かけられる数は 12、13、かける数は 16、17 となる。

以上のことより、四角形で囲んだ 4 つの数は、 $12 \times 16 = 192$

$$12 \times 17 = 204$$

$$13 \times 16 = 208$$

$$13 \times 17 = 221$$

$2a + 1 = 33$ 、 $2b + 1 = 25$  のとき、

$a = 16$ 、 $b = 12$  となるので、かけられる数は 16、17、かける数は 12、13 となる。

同様にして、四角形で囲んだ 4 つの数は、192、204、208、221

ゆえに、四角形で囲んだ 4 つの数は、192、204、208、221 となる。

39

(1) 【趣旨】 与えられた表やグラフから、必要な情報を適切に読み取ることができるかどうかをみる。

F (2, 2003)

(2) ① 【趣旨】 事象を理想化・単純化することで表された直線のグラフを、事象に即して解釈することができるかどうかをみる。

500 (mL)

(2) ② 【趣旨】 事象を数学的に解釈し、問題解決の方法を数学的に説明することができるかどうかをみる。(方法・手順の説明)

<グラフを用いる場合>

(例1) 「弱」のグラフを延長し、 $x$  軸との交点の  $x$  座標を読みとる。

(例2) 「弱」のグラフから1時間あたりの水の消費量を読みとり、その消費量で残りの水の量が3000 mLから0 mLになるまでにかかる時間を計算する。

<式を用いる場合>

(例3) 「弱」のグラフを一次関数の式で表し、その式に  $y = 0$  を代入して、 $x$  の値を求める。

(3) ① 【趣旨】 問題解決の方法として、一次関数のグラフを活用できるかどうかをみる。

あ	0
い	5000
う	-300
え	12
お	0
か	-700
ア	交点
イ	$x$

(3) ② 【趣旨】 問題解決の方法を別の視点から考えることができるかどうかをみる。

き	$300x$
く	$12 - x$
け	$700(12 - x)$
こ	$300x + 700(12 - x)$

(3) ③ 【趣旨】 示された問題解決の方法から、解決の過程をわかりやすく表現し、問題を解決できるかどうかをみる。

<まゆみさんの考え方を用いる場合>

まゆみさんの考え方から、

直線  $l$  は、傾き  $-300$ 、切片  $5000$  だから、

式が  $y = -300x + 5000$  となる。

直線  $m$  の式を  $y = -700x + b$  とおく。

この直線  $m$  は  $(12, 0)$  を通るので、 $x = 12$ 、 $y = 0$  を代入して、

$b = 8400$  となることから、直線  $m$  は  $y = -700x + 8400$  と求められる。  
直線  $l : y = -300x + 5000$  と直線  $m : y = -700x + 8400$  の交点の  $x$  座標が設定を変えた時間を表しているので、この2式から  $y$  を消去すると、

$$-300x + 5000 = -700x + 8400$$

$$400x = 3400$$

$$x = 8.5$$

よって、2直線の交点の  $x$  座標は  $8.5$  である。

つまり、 $8.5$  時間後に設定を変えたことがわかる。

よって、単位を変換して、設定を変えた時間は  $8$  時間  $30$  分後である。

<まゆみさんの兄の考え方をを用いる場合>

まゆみさんの兄の考え方から、

$$300x + 700(12 - x) = 5000$$

これを解いて、

$$-400x = -3400$$

$$x = 8.5$$

$x$  の値が設定を変えた時間を表しているので、 $8.5$  時間後に設定を変えたことがわかる。

よって、単位を変換して、設定を変えた時間は  $8$  時間  $30$  分後である。

40

- (1) 【趣旨】 証明の根拠として用いられている二等辺三角形になる条件を理解しているかどうかをみる。  
2つの角が等しい三角形
- (2) 【趣旨】 証明の必要性和意味を理解しているかどうかをみる。  
ア
- (3) 【趣旨】 前提となる条件を変えた中で、見いだされた新たな事項を、示されている内容を基に、証明することができるかどうかをみる。(理由の説明)
- I** 長方形  $ABCD$  より、 $\angle BCD = 90^\circ$  だから、  
 $\angle PCQ = 90^\circ$
- II** 2つの角が等しい直角三角形
- (4) 【趣旨】 付加された条件の下で、新たな事項を見だし、説明することができるかどうかをみる。(事柄・事実の説明)  
平行四辺形  $ABCD$  において、 $\angle A$  の大きさが  $120^\circ$  ならば、 $\triangle CPQ$  は正三角形になる。
- (5) 【趣旨】 条件を変えた場合に事柄が成り立たなくなった理由を、証明を振り返って読み取ることができるかどうかをみる。  
②
- (6) 【趣旨】 条件を変えた場合に新たな事項を見だし、筋道を立てて証明することができるかどうかをみる。(理由の説明)  
二等辺三角形になるもの  $\triangle ABP$   
(証明)  
 $AQ$  は  $\angle A$  の二等分線だから、  
 $\angle BAP = \angle DAP$  ……①  
平行線の錯角は等しいので、 $AD \parallel BC$  から、  
 $\angle DAP = \angle BPA$  ……②  
①、②より、 $\angle BAP = \angle BPA$   
 $\triangle ABP$  は、2つの角が等しい三角形だから、 $\triangle ABP$  は二等辺三角形になる。