

21 のぞみさんは、2けたの自然数の積が早くできるいろいろな方法を考えています。例えば、 $64 \times 44$ のように、一の位の数が同じで、十の位の数之和が10になるような場合のかけ算について、次の①～⑥の手順で考えてみました。次の(1)～(3)の各問いに答えなさい。

<のぞみさんの考え方>

手順

- ① 一の位の数どうしをかける。…「 $4 \times 4 = 16$ 」
- ② ①の16の1と6を十の位と一の位の数にする。  
ただし、その数が1けたになった場合には、「00」「01」「04」「09」のようにする。
- ③ 十の位の数どうしをかける。…「 $6 \times 4 = 24$ 」
- ④ ③の数に問題の一の位の数4をたす。…「 $24 + 4 = 28$ 」
- ⑤ ④の28の2と8を千の位と百の位の数にする。
- ⑥ ②⑤より「2816」になる。

(1) 次の $83 \times 23$ を、<のぞみさんの考え方>で空欄に数や式を入れて計算しなさい。

(2) のぞみさんは、どうしてこのような考え方で計算ができるかを文字式を利用して、証明しようとしています。次の  のアからエまでに当てはまる数や式を記入し、証明を完成しなさい。

(証明) 2つの自然数の十の位の数を  $a$ 、 $c$ 、一の位の数は同じ数なので  $b$  とすると、それぞれ  $10a + b$ 、 $10c + b$  と表される。

2つの自然数の積より、

$$\begin{aligned}(10a + b)(10c + b) &= 100ac + 10ab + 10bc + b^2 \\ &= 100ac + 10(\text{ア} \text{  })b + b^2 \quad \dots \text{①}\end{aligned}$$

十の位の数の和が  イ  になることから

$$\text{ア} \text{  } = \text{イ} \text{  } \quad \dots \text{②}$$

よって、①の式に②の式を代入して、

$$\begin{aligned}100ac + 10 \times \text{イ} \text{  } \times b + b^2 \\ = 100ac + \text{ウ} \text{  } + b^2 \\ = 100(\text{エ} \text{  }) + b^2 \quad \dots \text{③}\end{aligned}$$

③より

エ  は、(十の位の数の積) + (一の位の数) を表している。

その値を100倍しているので、千の位と百の位の数になる。

また、 $b^2$  は、一の位どうしの積であることから、のぞみさんが考えた方法で計算することができる。

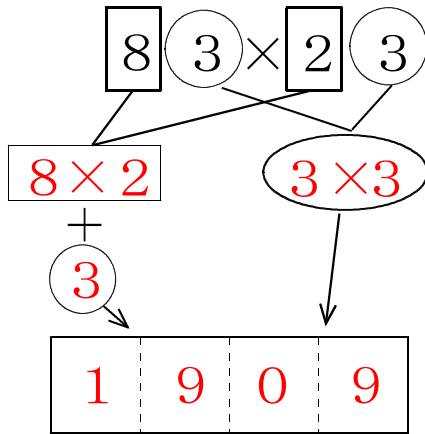
(3) のぞみさんは、この他にも早く計算する方法がないか考えてみました。(1)の問題とは逆に  $54 \times 56$  のような、一の位の数の和が10になり、十の位の数が同じであるような場合、あなたならどのような方法で計算ができると思いますか。下の考え方の続きを書き、 $54 \times 56$  を例にして、その計算方法を説明しなさい。

(考え方) 2つの自然数の十の位の数は同じ数なので  $a$  とし、一の位の数を  $b$ 、 $c$  とすると、それぞれ  $10a + b$ 、 $10a + c$  と表される。  
2つの自然数の積より、

(説明)

21

(1)



(2) ア…  $a + c$   
 イ…  $10$   
 ウ…  $100b$   
 エ…  $ac + b$

(3) (考え方)

2つの自然数の十の位の数と同じ数なので  $a$  とし、一の位の数  $b, c$  とすると、それぞれ  $10a + b, 10a + c$  と表される。

2つの自然数の積より、

$$\begin{aligned} & (10a + b)(10a + c) \\ &= 100a^2 + 10ac + 10ab + bc \\ &= 100a^2 + 10(b + c)a + bc \quad \cdots \text{①} \end{aligned}$$

一の位の数  $b$  と  $c$  の和が  $10$  になることから

$$b + c = 10 \cdots \text{②}$$

よって、①の式に②を代入して、

$$\begin{aligned} & 100a^2 + 10 \times 10 \times a + bc \\ &= 100a^2 + 100a + bc \\ &= 100a(a + 1) + bc \quad \cdots \text{③} \end{aligned}$$

③より

$a(a + 1)$  は、十の位の数とその数に  $1$  を足した数との積を表している。その値を  $100$  倍し、千の位と百の位の数にする。

また、 $bc$  は、一の位どうしの積で、十の位と一の位の数にする。

(説明) (例)

$54 \times 56$  より、十の位の数  $5$  と十の位の数  $5$  に  $1$  を足した数  $6$  をかけて、

$$5 \times (5 + 1) = 30$$

そして、一の位の数  $4$  と  $6$  の積を、十の位と一の位の数にする。  $4 \times 6 = 24$

よって、 $3024$  になる。