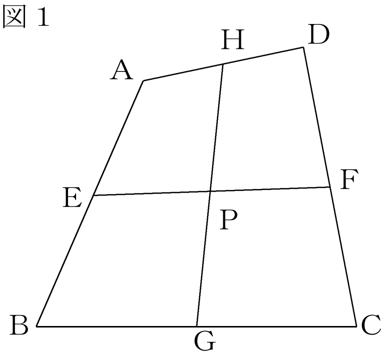
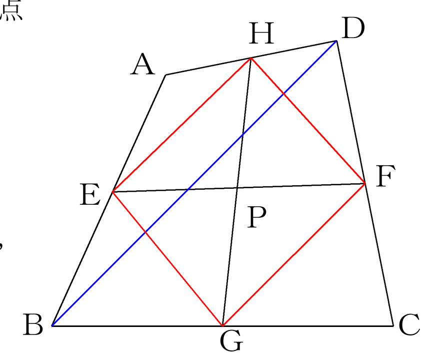
22　ひろしさんは，図１のような四角形ＡＢＣＤがどんな四角形であっても，向かい合う辺の中点を結ぶ線分は，それぞれの中点で交わるのではないかと考えました。四角形ＡＢＣＤにおいて，辺ＡＢ，ＣＤ，ＢＣ，ＡＤの中点をそれぞれＥ，Ｆ，Ｇ，Ｈとし，線分ＥＦとＨＧとの交点をＰとするとき，次の（１）～（４）の各問いに答えなさい。

図１



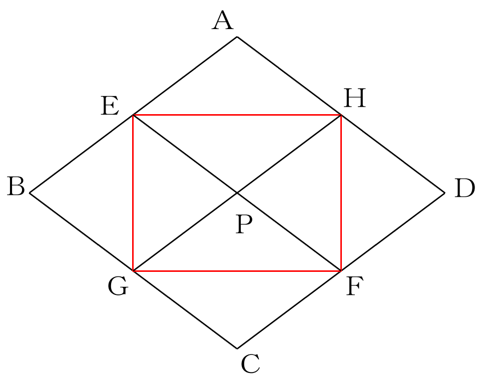
（１）ひろしさんは，中点連結定理を利用し，四角形ＥＧＦＨが平行四辺形になることから，向かい合う辺の中点を結ぶ線分は，それぞれの中点で交わることを証明しようとしています。
　次の（　　　　）の**ア・ウ・オ・カ**には記号，**イ・エ**には数字，**キ**には平行四辺形になるための条件，**ク**には平行四辺形の性質を入れて証明を完成しなさい。

（証明）
　点Ｂ，Ｄと点Ｅ，Ｈを結ぶ。
　△ＡＢＤにおいて，点Ｅ，Ｈはそれぞれ辺ＡＢ，ＡＤの中点なので中点連結定理より
　ＥＨ（**ア**　　　）ＢＤ　…①
　ＥＨ＝（**イ**　　　）ＢＤ…②
また，点Ｆ，Ｇを結ぶ。
　同様にして△ＤＢＣにおいても点Ｆ，Ｇはそれぞれ辺ＤＣ，ＢＣの中点なので中点連結定理より
　ＦＧ（**ウ**　　　）ＤＢ　…③
　ＦＧ＝（**エ**　　　）ＤＢ…④
①，②，③，④より
　ＥＨ（**オ**　　　）ＦＧ，ＥＨ（**カ**　　　）ＦＧ
よって，四角形ＥＧＦＨは，（**キ**　　　　　　　　　　　　　　）ので，平行四辺形になる。
だから，平行四辺形の性質より（**ク**　　　　　　　　　　　　　　）ので，向かい合う辺の中点を結ぶ線分は，それぞれの中点で交わることが分かる。



（２）ひろしさんは，四角形ＡＢＣＤの形に注目をして，四角形ＡＢＣＤがひし形のとき，四角形ＥＧＦＨがどんな四角形になるか予想しました。ひろしさんが予想した四角形の名前を書きなさい。また，その予想が正しいことの説明を簡単に書きなさい。

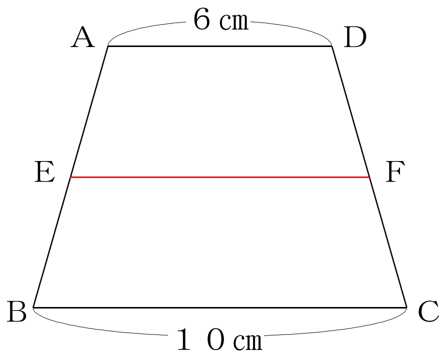
四角形の名前	
（説明）	



（３）四角形ＡＢＣＤが図２のように，ＡＢ＝ＤＣ，ＡＤ//ＢＣ，ＡＤ＝６㎝，ＢＣ＝10㎝の台形であるとき，辺ＡＢ，ＤＣの中点を結ぶ線分ＥＦの長さを求めなさい。また，そのときの求め方を説明するのに必要な直線や文字を図２にかき込み，言葉や式で説明しなさい。

（説明）

図２



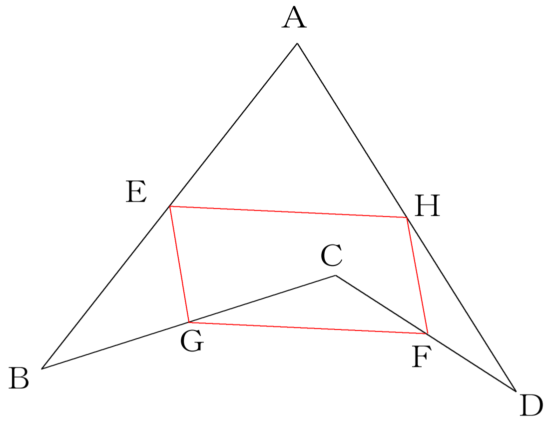
ＥＦ＝　　　　　　㎝

（４）ひろしさんは，図３のような図形においても，辺ＡＢ，ＣＤ，ＢＣ，ＡＤの中点をそれぞれＥ，Ｆ，Ｇ，Ｈとしたとき，四角形ＥＧＦＨがどんな四角形になるか予想しました。ひろしさんが予想した四角形の名前を書きなさい。また，その予想が正しいことを証明するのに必要な直線を図３にかき込み，言葉や式で証明しなさい。

四角形の名前

（証明）

図３



22

（１）ア…// イ…$\frac{1}{2}$ ウ…// エ…$\frac{1}{2}$ オ…// カ…＝（オ…＝ カ…//も可）

キ…１組の向かいあう辺が，等しくて平行である

ク…対角線は，それぞれの中点で交わる

（２）四角形の名前…長方形

（説明） 四角形ＡＢＣＤがひし形であるために，対角線である線分ＡＣ，ＢＤは垂直に交わる。

また，四角形ＥＧＦＨにおいて，（１）より平行四辺形であり，AC⊥BDから辺ＥＨとＥＧ，辺ＥＧとＧＦも垂直に交わる。よって，四角形ＥＧＦＨの４つの角がすべて等しいので，長方形になる。

（３）

（説明） 点Ａ，Ｃを結び，線分ＥＦとの交点をＭとする。

点Ｅ，Ｆは辺ＡＢ，ＤＣの中点で，ＡＤ//ＢＣより，ＥＦ//ＢＣである。

△ＡＢＣにおいて，

点Ｅが辺ＡＢの中点で，ＥＦ//ＢＣより

ＥＭ＝$\frac{1}{2}$ＢＣ＝$\frac{1}{2}$×10＝５ …①

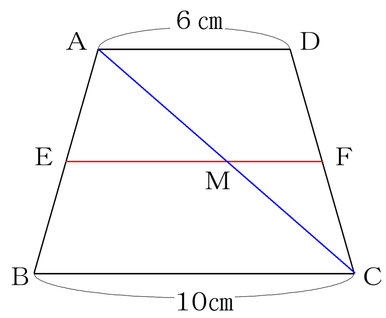
同様にして，△ＡＣＤにおいて，

ＭＦ＝$\frac{1}{2}$ＡＤ＝$\frac{1}{2}$×６＝３ …②

よって，①，②より

ＥＦ＝ＥＭ＋ＭＦ＝５＋３＝８

ＥＦ＝８（cm）



（４）四角形の名前…平行四辺形

（証明） 点Ｂ，Ｄを結ぶ。

△ＡＢＤにおいて，点Ｅ，Ｈは辺ＡＢ，ＡＤの中点より，ＥＨ//ＢＤ，ＥＨ＝$\frac{1}{2}$ＢＤ …①

同様にして，

△ＣＢＤにおいて，点Ｇ，Ｆは辺ＣＢ，ＣＡの中点より，ＧＦ//ＢＤ，ＧＦ＝$\frac{1}{2}$ＢＤ …②

よって，①，②より

ＥＨ//ＧＦ，ＥＨ＝ＧＦ

だから，四角形ＥＧＦＨは，１組の向かいあう辺が，等しくて平行なので，平行四辺形になる。