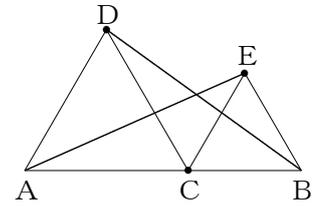


30 すみかさんは、次の【問題】を解きました。

【問題】

右の図のように、点Cを共有する正三角形ACDと正三角形CBEを、A、C、Bが一直線上にあるようにとります。
このとき、 $AE = DB$ となることを証明しなさい。



【すみかさんの証明】

$\triangle ACE$ と $\triangle DCB$ において、

正三角形の辺はすべて等しいから、 $\triangle ACD$ と $\triangle CBE$ より、

$$AC = DC \quad \dots\dots ①$$

$$CE = CB \quad \dots\dots ②$$

また、正三角形の角はすべて 60° で等しいから、

$$\angle ACD = \angle ECB = 60^\circ$$

$$\angle ACE = \angle ACD + \angle DCE$$

$$\angle DCB = \angle ECB + \angle DCE$$

したがって、 $\angle ACE = \angle DCB \quad \dots\dots ③$

①、②、③より、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから、

$$\triangle ACE \equiv \triangle DCB$$

合同な図形の対応する辺は等しいから、

$$AE = DB$$

次の(1)・(2)の各問いに答えなさい。

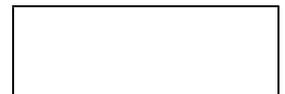
(1) 【すみかさんの証明】では、 $\triangle ACE \equiv \triangle DCB$ を示し、それをもとにして $AE = DB$ であることを証明しました。このとき、 $AE = DB$ 以外にも新たにわかることがあります。それを下のアからエまでの中から1つ選びなさい。

ア $\angle CAE = \angle CDB$

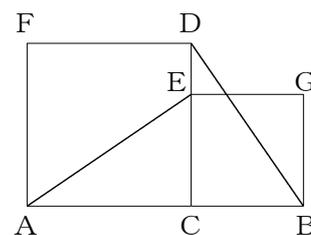
イ $AC = DC$

ウ $\angle ACE = \angle DCB$

エ $CE = CB$



- (2) すみかさんは、右の図のように【問題】の正三角形ACDを正方形ACDFに、正三角形CBEを正方形CBGEに変えても、 $AE = DB$ となることを証明できることに気づきました。【純夏さんの証明】の[]の中を書き直し、正三角形を正方形に変えたときの証明を完成しなさい。



【証明】

$\triangle ACE$ と $\triangle DCB$ において、



①, ②, ③より, 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから,

$$\triangle ACE \equiv \triangle DCB$$

合同な図形の対応する辺は等しいから,

$$AE = DB$$

30 (参考：H29 全国学力・学習状況調査[4])

(1) ア

【説明】 証明を振り返り、新たな性質を見いだすことができるようにする。

(仮定)：正三角形→正三角形の定義：3つの辺がすべて等しい三角形を、
正三角形という。

$\triangle ACD$ では、 $AC = CD = DA$

$\triangle CBE$ では、 $CB = BE = EC$

→正三角形の性質：正三角形の3つの角はすべて等しい

$\triangle ACD$ では、 $\angle DAC = \angle ACD = \angle CAD = 60^\circ$

$\triangle CBE$ では、 $\angle ECB = \angle CBE = \angle BEC = 60^\circ$

【根拠】：三角形の合同：合同な図形の性質

- ・合同な図形の対応する線分の長さは、それぞれ等しい。
- ・合同な図形の対応する角の大きさは、それぞれ等しい。

※【すみかさんの証明】では、 $\triangle ACD \equiv \triangle CBE$ を示すために、「 $AC = DC$ 、 $CE = CB$ 、 $\angle ACE = \angle DCB$ 」を用いている。三角形の合同条件は、三角形の対応する辺や角の6つの相当関係のうち、3つの関係で合同を示すものである。よって合同を示す際に用いた条件以外の3つの相当関係を見いだすことができる。したがって、ここで示した結論「 $AE = DB$ 」の他に2つの性質「 $\angle CAE = \angle CDB$ 、 $\angle AEC = \angle DBC$ 」を $\triangle ACD \equiv \triangle CBE$ から見いだすことができる。

(結論)： $AE = DB$

(2)

【証明】

$\triangle ACE$ と $\triangle DCB$ において、

正方形の辺はすべて等しいから、正方形 $ACDF$ と $\triangle CBGE$ より、

$$AC = DC \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$CE = CB \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

また、正方形の角はすべて直角で等しいから、

$$\angle ACE = \angle DCB = 90^\circ \quad \dots\dots \textcircled{3}$$

①、②、③より、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから、

$$\triangle ACE \equiv \triangle DCB$$

合同な図形の対応する辺は等しいから、

$$AE = DB$$

【説明】 問題の条件を変えて、発展的に考えることができるようにする。

※証明を読み、条件や性質を捉える場面を設定することが考えられる。

形を変える (正方形→平行四辺形)、図形を動かす (ずらす、回転) 等