

21 のぞみさんは、2けたの自然数の積が早くできるいろいろな方法を考えています。例えば、 64×44 のように、一の位の数が同じで、十の位の数之和が10になるような場合のかけ算について、次の①～⑥の手順で考えてみました。次の(1)～(3)の各問いに答えなさい。

<のぞみさんの考え方>

手順

- ① 一の位の数どうしをかける。…「 $4 \times 4 = 16$ 」
- ② ①の16の1と6を十の位と一の位の数にする。
ただし、その数が1けたになった場合には、「00」「01」「04」「09」のようにする。
- ③ 十の位の数どうしをかける。…「 $6 \times 4 = 24$ 」
- ④ ③の数に問題の一の位の数4をたす。…「 $24 + 4 = 28$ 」
- ⑤ ④の28の2と8を千の位と百の位の数にする。
- ⑥ ②⑤より「2816」になる。

(1) 次の 83×23 を、<のぞみさんの考え方>で空欄に数や式を入れて計算しなさい。

(2) のぞみさんは、どうしてこのような考え方で計算ができるかを文字式を利用して、証明しようとしています。次の のアからエまでに当てはまる数や式を記入し、証明を完成しなさい。

(証明) 2つの自然数の十の位の数を a 、 c 、一の位の数は同じ数なので b とすると、それぞれ $10a + b$ 、 $10c + b$ と表される。

2つの自然数の積より、

$$\begin{aligned} (10a + b)(10c + b) &= 100ac + 10ab + 10bc + b^2 \\ &= 100ac + 10(\text{ア} \text{ })b + b^2 \quad \dots \text{①} \end{aligned}$$

十の位の数の和が イ になることから

$$\text{ア} \text{ } = \text{イ} \text{ } \quad \dots \text{②}$$

よって、①の式に②の式を代入して、

$$\begin{aligned} &100ac + 10 \times \text{イ} \text{ } \times b + b^2 \\ &= 100ac + \text{ウ} \text{ } + b^2 \\ &= 100(\text{エ} \text{ }) + b^2 \quad \dots \text{③} \end{aligned}$$

③より

エ は、(十の位の数の積) + (一の位の数) を表している。

その値を100倍しているので、千の位と百の位の数になる。

また、 b^2 は、一の位どうしの積であることから、のぞみさんが考えた方法で計算することができる。

(3) のぞみさんは、この他にも早く計算する方法がないか考えてみました。(1)の問題とは逆に 54×56 のような、一の位の数の和が10になり、十の位の数が同じであるような場合、あなたならどのような方法で計算ができると思いますか。下の考え方の続きを書き、 54×56 を例にして、その計算方法を説明しなさい。

(考え方) 2つの自然数の十の位の数は同じ数なので a とし、一の位の数を b 、 c とすると、それぞれ $10a + b$ 、 $10a + c$ と表される。
2つの自然数の積より、

(説明)